د پوهنې وزارت

د تعلیمي نصاب، د ښوونکو د روزنې
او د ساینس د مرکز معینیت
د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو
د تالیف عمومي ریاست

ریاضی

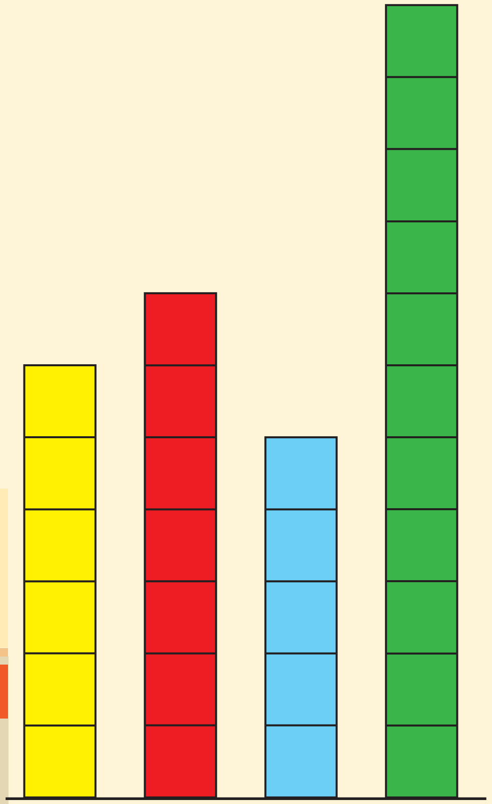
۸ ټولګی

۸ ټولګی

درسي کتابونه د پوهنې په وزارت پورې اړه لري،
په بازار کې يې اخیستنه او خرڅونه په کلکه منع ده.
له سرغړوونکو سره قانوني چلند کېږي.

ISBN 978-9936-25-040-6

۱۳۹۰ هـ.ش



د ۸ ټولګی

رياضي

۱۳۹۰

هـ.ش

ليکوالان:

- پوهنمل طلاباز حبيب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تاليف د پروژې غړی
– مهریه ناصر د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړې
– د مولف مرستیاله مهناز توخي د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړې
– سرمولف نظام الدين د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف رياست علمي غړی
- پوهندوی خالقدار فیروز کوهی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

ژباړونکي:

– سر مولف نظام الدين د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف رياست علمي غړی
- سرمولف مرستيال محمد يوسف باجوړي د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف رياست علمي غړی

علمي اډيټور:

– پوهنمل طلابازحبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
_ بیا ځلي علمي اډیټ: د مؤلف مرستیال محمد خالد ستوری (ځدراڼ) د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی.

ژبې اډيټور:

- محمد قاسم هیله من د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

ديني، سياسي او فرهنگي کميټه:

- مولوي عبدالصبور عربي
- دکتور محمد يوسف نيازی
- حبيب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعليمي نصاب د پراختيا په رياست کې

د څارنې کمیټه:

_ دکتور اسدالله محقق د تعلیمي نصاب د پراختیا، د ښوونکو د روزنې او د ساینس مرکز معین.
_ دکتور شېرعلي ظريفي د تعليمي نصاب د پراختيا د پروژې مسؤول.
_ د سرمؤلف مرستیال عبدالظاهر گلستاني د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف لوی رئیس.

کمپوز او ديزاين:

- محمد اشرف امين
– وليد نويد (نسيمی)

بسم الله الرحمن الرحيم

ملي سرود

دا وطن افغانستـــان دی	دا عزت د هـــر افغان دی
کور د سولې کور د تورې	هر بچي يې قهرمـــان دی
دا وطن د ټولو کـور دی	د بلوڅـــو د ازبکـــــو
د پښتـــون او هزاره وو	د ترکمنـــو د تاجکـــو
ورسره عرب، ګوجـــر دي	پاميـــريان، نورستانيـــان
براهوي دي، قزلباش دي	هم ايمـــاق، هم پشه يان
دا هيـــواد به تل ځليږي	لکـــه لمـــر پر شنه اسمان
په سينـــه کې د اسيـــا به	لکـــه زړه وي جـــاويدان
نوم د حق مودی رهبـــر	وايو الله اکبر وايو الله اکبر

بسم الله الرحمن الرحیم

د پوهنې د وزیر پیغام

ګرانو ښوونکو او زده کوونکو،

ښوونه او روزنه د هر هېواد د پراختیا او پرمختګ بنسټ جوړوي. تعلیمي نصاب د ښوونې او روزنې مهم توکی دی چې د معاصر علمي پرمختګ او ټولنې د اړتیاوو له مخې رامنځته کېږي. څرګنده ده چې علمي پرمختګ او ټولنیزې اړتیاوې تل د بدلون په حال کې وي. له دې امله لازمه ده چې تعلیمي نصاب هم علمي او رغنده انکشاف ومومي. البته نه ښايي چې تعلیمي نصاب د سیاسي بدلونونو او د اشخاصو د نظریو او هیلو تابع شي.

داکتاب چې نن ستاسو په لاس کې دی، پر همدې ارزښتونو چمتو او ترتیب شوی دی. علمي ګټورې موضوعګانې پکې زیاتې شوې دي. د زده کړې په بهیر کې د زده کوونکو فعال ساتل د تدریسي پلان برخه ګرځېدلې ده.

هیله من یم دا کتاب له لارښوونو او تعلیمي پلان سره سم د فعالې زده کړې د میتودونو د کارولو له لارې تدریس شي او د زده کوونکو میندې او پلرونه هم د خپلو لوڼو او زامنو په باکیفیته ښوونه او روزنه کې پرله پسې ګډه مرسته وکړي چې د پوهنې د نظام هیلې ترسره شي او زده کوونکو او هېواد ته ښې بریاوې ور په برخه کړي.

پر دې ټکي پوره باور لرم چې زموږ ګران ښوونکي د تعلیمي نصاب په رغنده پلي کولو کې خپل مسؤولیت په ریښتوني توګه سرته رسوي.

د پوهنې وزارت تل زیار کاږي چې د پوهنې تعلیمي نصاب د اسلام د سپېڅلي دین له بنسټونو، دوطن دوستۍ د پاک حس په ساتلو او علمي معیارونو سره سم د ټولنې د څرګندو اړتیاوو له مخې پراختیا ومومي.

په دې ډګر کې د هېواد له ټولو علمي شخصیتونو، د ښوونې او روزنې له پوهانو او د زده کوونکو له میندو او پلرونو څخه هیله لرم چې د خپلو نظریو او رغنده وړاندیزونو له لارې زموږ له مؤلفانو سره د درسي کتابونو په لا ښه تالیف کې مرسته وکړي.

له ټولو هغو پوهانو څخه چې د دې کتاب په چمتو کولو او ترتیب کې یې مرسته کړې، له ملي او نړیوالو درنو مؤسسو او نورو دوستو هېوادونو څخه چې د نوي تعلیمي نصاب په چمتو کولو او تدوین او د درسي کتابونو په چاپ او وېش کې یې مرسته کړې ده، مننه او درناوی کوم.

ومن الله التوفیق

فاروق وردګ

د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزیر

لړليک

سرليک | **مخ**

لومړی فصل (حقيقي عددونه) ۱
د حقيقي عددونو مفهوم او د حقيقي عددونو خواص ۳
د تقريبي جذرالمربع نيولو عمومي طريقه، د جذر المربع تقريبي قيمت د اوسط طريقه او د اعشاريه لرونکو عددونو جذرالمربع ۱۱
د جذر لرونکو عددونو جمع، تفريق، ضرب او تقسيم ۱۹
د توانونه ضرب وېش (تقسيم) د صفر توان او منفي توان ۲۳
کسري توانونه اود کسرونو ګويا (ناطق) کولو عمليه ۲۹

دويم فصل (مالي محاسبې) ۳۷
نسبت، په متناسب اجزا و باندې وېشل ۳۹
تناسب، د تناسب خواص د تناسب ډولونه، مرکب تناسب ٤۳
فيصد، احديت يا واحد، تخفيف ٥٥
ساده او مرکب ربح ٦۱

دريم فصل مشابهتونه ٦۷
ورته شکلونه، ورته (متشابه) مضلع ګانې ۷۳
موازی خطونه په مساوي فاصلو سره، د تالس قضيې او معکوس ۷۷
په مثلث کې د تالس قضيه د مثلثونو د ورته والی حالتونه ۸٥

څلورم فصل تناظر ۸۹
د تناظر مفهوم، محوري تناظر، مرکزي تناظر ۹۱

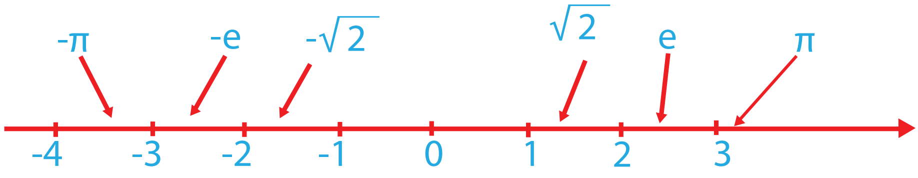
پنځم فصل د مثلث قضيې ۹۹
د متساوي الساقين د مثلث قضيې د فيثاغورث قضيه ۱۰۱
د فيثاغورث د قضيې عکس (سرچپه) ۱۰٥
د قايم الزاويه مثلث قضيې په قايم الزاويه مثلث کې قضيې د 30° او 60° له پاره ۱۱۱
د مثلث ناصف الزاويه، داخلی زايو ناصفونه او په يوه مثلث کې عمودي ناصف ۱۱۹
د مثلث ارتفاع ګانې (جګوالی) او د مثلث ميانې ۱۲۷

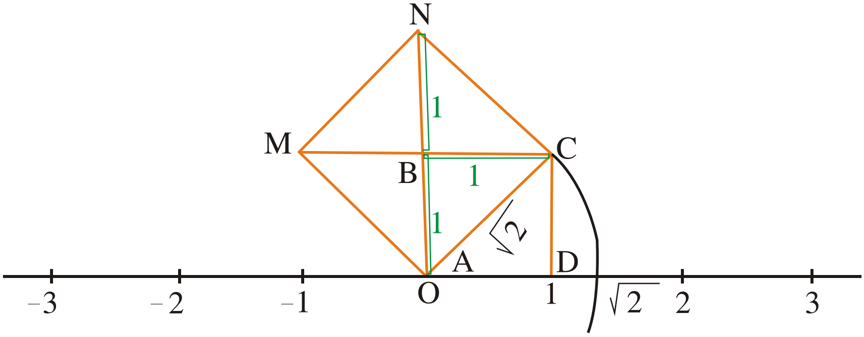
سرلیک	مخ

شپږم فصل مساحت او حجمونه	**۱۳۵**
د مکعب مستطیل مساحت او حجم او د مکعب مستطیل قطر	۱۳۷
د منشور جانبي مساحت او حجم، د استوانې مساحت او حجم	۱٤۱
د هرم مساحت او حجم	۱٤۵
د مخروط مساحت او حجم، د کرې مساحت او حجم	۱٤۹
اووم فصل الجبري افادې	**۱۵۷**
د متحول مفهوم، الجبری افادې د الجبري افادو ساده کول	۱۵۹
د يوه حدونو ضرب، د يو حده افادو ويش، د الجبري افادو ضرب	۱٦۵
مطابقتونه، د دوه حده د جمعې او تفاضل مربع د الجبری افادو تجزيه	۱۷۱
اتم فصل معادلې	**۱۸۱**
د معادلې مفهوم، په معادله کې د جمعې او تفريق عمليې، په معادله کې د ضرب او ويش عمليې	۱۸۳
لومړی درجه يو مجهوله عمومي معادله، معادلې معادلې، د معادلو تشکيلول (جوړښت)	۱۸۹
نهم فصل رابطه او تابع	**۱۹۹**
ټکي په مستوي کې، د يوه ټکي مختصات په مستوي کې مجهول او متحول	۲۰۱
رابطه، خطي رابطه، د خطي رابطو جوړښت او تابع	۲۰۹
لسم فصل احصائيه	**۲۱۹**
د غير متمادي ډيټا د کثرت جدول، د کثرت د جدول د اجزاوو خاصيتونه	۲۲۱
ډله ييز (تجمعي) کثرت	۲۲۵
نسبي کثرت، ميله يي گراف، د منکسري کرښې گراف	۲۲۷
د غير متصلې ډيټا اوسط، د جدول په مرسته د متصلې ډيټا اوسط	۲۳۳
يوولسم فصل احتمال	**۲٤۱**
د نسبي کثرت او احتمال	۲٤۳
برابر او نا برابر چانس په يو نمونه فضا	۲٤۵
د يوې نمونه يي فضا ناخاپې پېښه، د احتمال قواعد	۲٤۷
ونه ييز دياگرام او لومړی مسير قاعده (حاصل ضرب)	۲۵۱

لومړی فصل

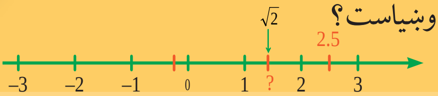
حقیقی عددونه



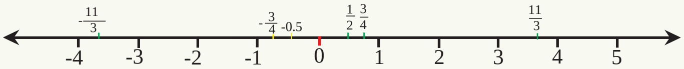

N
M
C
B
1
1
1
$\sqrt{2}$
A
D
−3
−2
−1
O
1
$\sqrt{2}$
2
3

د حقیقي عددونو مفهوم

کولای شئ ټول نسبتي عددونه د عددي محور پر مخ باندې وښیاست، لکه په لاندې شکل کې چې د عددي محور پر مخ یو شمېر نسبتي عددونه ښودل شوي دي. آیا کولای شئ چې د $\sqrt{2}$ په ډول عدد هم د عددونو د محور پر مخ وښیاست؟



آیا ناطق عددونه مو پېژندلي دي؟
د اووم ټولګي او عددي محور په پام کې نیولو سره وېلای شو چې هر ناطق (نسبتي) عدد د عددونو د محور پر مخ باندې یوازې د یوې نقطې په واسطه ښودل کېدای شي، لکه لاندې شکل چې یو شمېر نسبتي عددونه د هغه پر مخ باندې ښودل شوي دي.



داسې نور عددونه هم شته چې تر اوسه پورې د محور پر مخ باندې ښودل شوي نه دي یا په بل عبارت یوازې نسبتي عددونه نشي کولای د عددونو د محور ټولې نقطې وښیې یعنې د عددي محور پر مخ باندې د نسبتي عددونو په منځ کې د داسې عددونو لپاره ډېر تش ځایونه شته چې هغه نسبتي یا ناطق عددونه، نه دي چې د همدې عددونو په واسطه د عددونو محور ډکېږي؟

فعالیت

• د لاندې عددونو جذرالمربع پیدا کړئ:

عدد د	25	16	2	100	4	$\frac{9}{4}$
جذر المربع				10		

• په پورته فعالیت کې د کوم عدد جذرالمربع پیدا کول تاسو ته ستونزمنه ده؟

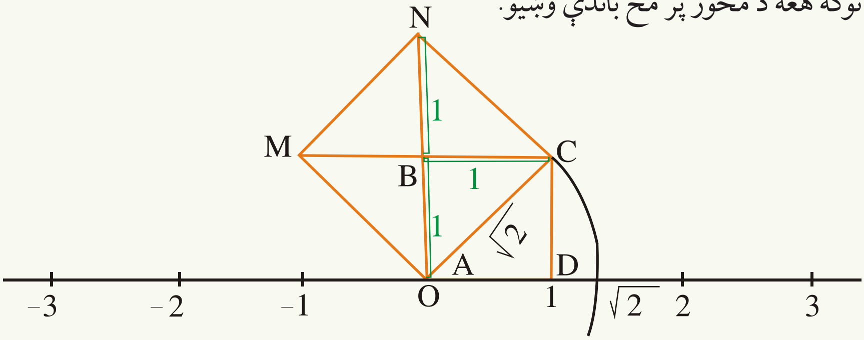
• آيا کولای شئ یو ناطق عدد پيدا کړئ چې په خپل ځان کې ضرب او د ضرب حاصل یې 2 شي.

د عدد	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
د عدد د مربع	1					2.25

• د 2 عدد جذرالمربع د کومو دوو عددونو ترمنځ ده؟
• د 2 د عدد جذرالمربع د پیدا کولو نږدې قیمت ته د زیات پام لپاره لاندې جدول بشپړ کړئ:

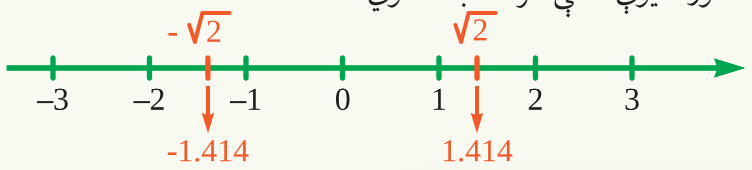
د عدد	1.40	1.41	1.42	1.43
د عدد د مربع		1.9881		

د پورته جدول په لیدو سره وواياست چې د 2 د عدد جذرالمربع د کومو دوو عددونو ترمنځ پرته ده؟ د لومړی کرښې عددونه داسې عددونه دي چې د هغو په منځ کې د 2 د عدد جذرالمربع د شتون ګومان پرې کیدای شي. هر څومره چې د جدول د لومړۍ کرښې عددونه يو بل ته نژدې وټاکل شي بیا هم په دويمه کرښه کې د 2 عدد نه لیدل کيږي او د 2 جذرالمربع نه پیدا کيږي. یعنې داسې ناطق عدد چې له $\sqrt{2}$ سره مساوي وي، پیدا کولای نشو، نو د عددونو یو نوی سټ شته چې د غیر ناطق (ګونګ) عددونو له سټ څخه عبارت دی د غیر ناطق عددونو سټ په Q' سره ښيو، لکه $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ او داسې نور.
سره له دې چې د $\sqrt{2}$ ناطق عدد نه دی کولای شو د هندسي ښوونې په کارولو سره په لاندې توګه هغه د محور پر مخ باندې وښيو.



په شکل کې لیدل کیږي د ABCD کوچنی مربع چې ضلعې یې یو یو واحد دی په دوو قايم الزاويه مثلثونو وېشل شوي چې د ټول کوچني مربع مساحت یې یو واحد مربع دی.

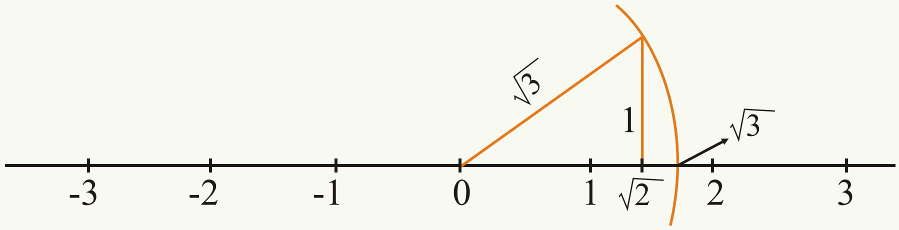
همدارنگه د AMNC د لويې مربع په شکل کې وينئ چې مساحت يې نسبت کوچنی مربع ته زيات او 2 واحد مربع ده. له دې ا مله د مربع د مساحت د فارمول له مخې پوهيږو چې د لويې مربع د هرې ضلعې اوږدوالی له $\sqrt{2}$ واحد سره مساوي دی.
که چېرې د O ټکی مرکز ونيسو او د $\sqrt{2}$ په شعاع، چې د يوې مربع يوه ضلع ده، يو قوس رسم کړو، تر څو د عددونو محور قطع کړي، د عددونو له محور سره د تقاطع نقطه د $\sqrt{2}$ ځای د عددونو د محور پر مخ باندې ټاکي.
څرنگه چې ناطق عددونه، جمعي معکوس عددونه لري غير ناطق عددونه هم جمعي معکوس عددونه لري. د بېلگې په توگه د $\sqrt{2}$ جمعي معکوس $-\sqrt{2}$ دی چې د عددونو پر محور د صفر کيڼې خوا ته ښودل شوی دی.
نو ويلی شو چې د عددونو هره نقطه له يوه حقيقي عدد سره او برعکس هر حقيقي عدد د عددونو د محور له يوې نقطې سره مطابقت کوي.



تعريف

د ناطق او غيرناطق عددونو يووالی (اتحاد) د حقيقي عددونو د سټ په نامه ياديږي او د حقيقي عددونو سيټ په IR سره ښودل کيږي.

مثال: $\sqrt{3}$ د عددونو پر محور وښياست.
حل: د $\sqrt{2}$ له نقطې څخه د يوه واحد په اندازه پورته يو ټکی په نښه کوو او لاس ته راغلی ټکی له O سره نښلوو د (O) نقطه مرکز نيسو. يو قوس رسموو چې د عددونو محور قطع کړي. لاس ته راغلې نقطه د عددونو پر محور باندې د $\sqrt{3}$ ځای ټاکي.



تمرين

1- دلاندې عددونو څخه کوم یو یې غیر ناطق دئ:

a) $\sqrt{16}$, b) $-\sqrt{5}$, c) $\frac{2}{3}$, d) $\sqrt{37}$

2- درې ناطق عددونه او درې غیر ناطق عددونه ولیکئ.

3- د $\sqrt{15}$ په اړه څه ډول فکر کوې ناطق دی؟ او که غیر ناطق؟

4- د عددونو پر محور باندې د $\sqrt{5}$ او $\sqrt{2}+1$ ځایونه وښیاست.

5- د $2\sqrt{2}+8$ او $\sqrt{4}+3$ په عددي افادو کې کوم یو ناطق او کوم یو یې غیر ناطق دی.

6- د $\sqrt{5}, \sqrt{31}, \sqrt{36}$ او $\sqrt{144}$ په اړه څه فکر کوئ ناطق دي او که غیر ناطق؟

د حقیقي عددونو خواص

$$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}\times\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)=\left(\sqrt{2}\times\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{2}\times\sqrt{5}\right)$$

$$\sqrt{2}+\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{5}$$

?

آیا حقیقي عددونه د بدلون (تبدیلي) یووالي (اتحادي) او توزیعي خاصیتونه لري؟

فعالیت

• د جدول له مخې لاندې قیمتونه پیدا کړئ.

عدد	تقریبي قیمت
$\sqrt{2}$	1.41
$\sqrt{3}$	1.73
$\sqrt{5}$	2.23

$\sqrt{3}+\sqrt{2}=?$ $\sqrt{2}+\sqrt{3}=?$

$2+\sqrt{2}=?$ $\sqrt{2}+2=?$

$\sqrt{1}+\sqrt{3}=?$ $\sqrt{3}+\sqrt{1}=?$

$1+\sqrt{3}=?$ $\sqrt{3}+1=?$

• آیا دحقیقي عددونو ترتیب په جمع کې توپیر لري او که نه؟

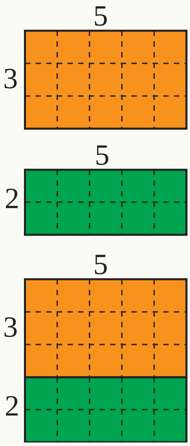
• په طبیعي عددونو کې دا خاصیت د څه په نامه یادیږي؟

له پورتني فعالیت څخه داسې پایله په لاس راځي چې د a او b هر حقیقي عدد لپاره لیکلای شو:

$a+b=b+a$

پوښتنه: حقیقي عددونه په ضرب کې د بدلون خاصیت لري؟ په خو مثالونو کې يې څرګند کړئ.

فعالیت



- د 5 واحده په اوږدوالی او 3 واحده په سور یو مستطیل رسم کړئ، د دې مستطيل مساحت څومره دی؟
- یو بل مستطیل رسم کړئ، چې اوږدوالی يې 5 او سور يې 2 واحده وي، ددې مستطيل مساحت څومره دی؟
- دا دوه مستطیلونه یو د بل څنګ ته کېږدئ. له دواړو مستطيلونو څخه د جوړ شوي لوی مستطیل په لاس راغلی مساحت څومره دی؟
- د لوی مستطيل مساحت د دوو کوچنیو مستطيلونو له مساحت سره څه اړیکه لري؟

$$5(3+2)=(5\cdot3)+(5\cdot2)$$

له پورته فعالیت څخه داسې پایله په لاس راځي، د a, b او c اختیاري حقیقي عددونو له پاره لرو: $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$

دا خاصیت په جمعي باندې د ضرب د توزيعي خاصیت په نامه یادیږي.

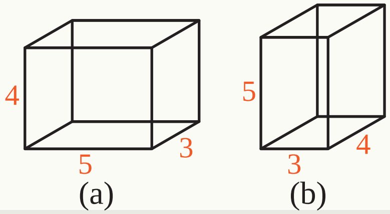
مثال: د $\sqrt{3}\times(\sqrt{2}+\sqrt{5})$ افادې ښي خوا د حقیقي عددونو خاصیت له مخې ولیکئ:

حل:

$$\sqrt{3}\times(\sqrt{2}+\sqrt{5})=(\sqrt{3}\times\sqrt{2})+(\sqrt{3}\times\sqrt{5})$$

فعالیت

مخامخ شکلونه په پام کې ونیسئ.



- د (a) شکل یعني د مکعب مستطیل حجم خومره دی؟
- د (b) شکل مکعب مستطیل حجم خومره دی؟

له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاس ته راځي:

د a, b او c حقیقي عددونو لپاره لرو:

$$(a\times b)\times c = a\times(b\times c)$$

تاسو په یاد لرئ چې:

$$a+0=0+a=a$$

$$a\times 1=1\times a=a$$

پورته رابطه یا اړیکه د a د هر حقیقي عدد لپاره صدق کوي.

دا په ضرب کې د یووالي (اتحادي) خاصیت دی.

مثال: د حقیقي عددونو له خاصیت څخه په کار اخیستنې سره د $\sqrt{2}\times(\sqrt{3}\times\sqrt{5})$ افادې بڼې خوا ولیکئ:

$$\sqrt{2}\times(\sqrt{3}\times\sqrt{5})=(\sqrt{2}\times\sqrt{3})\times\sqrt{5}$$

حل:

اتحادي (یووالي) خاصیت د جمعې په عملیه کې شته؟ په څو مثالونو کې یې څرګند کړئ.

یادونه: له دې وروسته د(×) نښې په ځای د (·) نښه لیکو.

تمرين

لاندې هر يو مساوات په پام کې ونيسئ، اړوند خاصيتونه يې مخې ته وليکئ.

a – $\sqrt{5}(2+3)=2\sqrt{5}+3\sqrt{5}$ (د ... خاصيت له مخې)

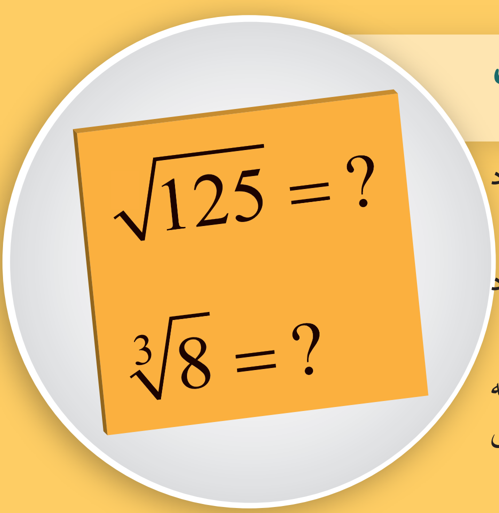
b – $\sqrt{5}+\sqrt{3}=\sqrt{3}+\sqrt{5}$ (د ... خاصيت له مخې)

c – $\sqrt{3}\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})=(\sqrt{3}\times\sqrt{2})\times\sqrt{3}$ (د ... خاصيت له مخې)

d – $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{3}\times\sqrt{2}$ (د ... خاصيت له مخې)

e – $\sqrt{3}+(\sqrt{5}+\sqrt{2})=(\sqrt{3}+\sqrt{5})+\sqrt{2}$ (د ... خاصيت له مخې)

د تقریبي جذر المربع د نیولو عمومي طریقه



تاسو د عددونو د جذرمربع پیدا کول د تجزیې په طریقه باندې پوهیږئ.

آیا کولای شو د ټولو عددونو جذرمربع د تجزیې په طریقه پیدا کړو؟

آیا د یوه عدد دریم جذر د تجزیې له طریقې پرته په کوم بله طریقه پیدا کولای شئ؟

-د عددونو جذرالمربع مو د تجزیې په طریقه په یاد ده، مثلاً د $\sqrt{25}$ جذر المربع څو دئ؟

- د عددونو دریم جذر په کومې طریقې پیدا کولای شئ. مثلاً: $\sqrt[3]{27}$ څو دی؟

- د تجزیې له طریقې پرته د جذر المربع د پیدا کولو لپاره کومه بله طریقه شته؟

-تاسو په اووم ټولګي کې د عددونو د جذرالمربع د نیولو عمومي شکل، د هر مثبت عدد لپاره ولوستل د بیا یادونې لپاره لاندې مثالونه په پام کې نیسو:

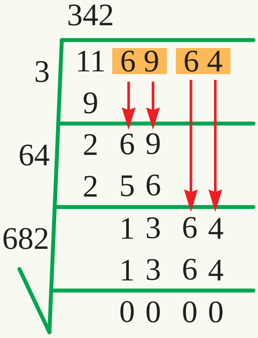
لومړی مثال: د 625 عدد جذرالمربع پیدا کوو.

حل: عدد تر جذر لاندې لیکو:

```
       25
   ┌──────
 2 │ 6 25
     4
   ├──────
45 │ 2 25
     2 25
   ├──────
√  │ 0 00
```

دویم مثال: د 116964 عدد جذر المربع پیدا کوو:

حل:



په پایله کې: $\sqrt{116964} = 342$

د دویم جذر د نیولو مرحلې تشریح کړئ.

پوښتنه: د لاندې عددونو جذرالمربع پیدا کړئ.

a) 1024 b) 5329 c) 1127

د c په جز کې مو ولیدل چې د 1127 عدد تام جذرالمربع نه لري.

آیا د عددونو تقریبي جذرالمربع په عمومي شکل سره حسابولای شئ.

د یوه عدد د تقریبي جذرالمربع پیداکولو لپاره د عمومي طریقې څخه هم کار اخلو د دې لپاره چې وکولای شو تقریبي جذرالمربع په لاس راوړو لاندې فعالیت سر ته رسوو:

فعالیت

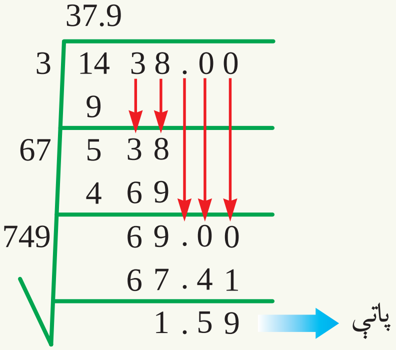
عدد	1.2	2.03	0.3	1.23	1.360
د عدد مربع	1.44	4.1209			

• د پورتنی جدول له مخې د عدد د اعشاري رقمونو د شمېر او د هغه د مربع په منځ کې څه ډول اړیکه یا رابطه موجوده ده؟

• خرنگه کولای شو د اعشاري رقمونو د شمېر مربع په درلودلو سره د اعشاري عدد، د رقمونو شمېر پیدا کړو؟

خرنگه چې په پورته فعالیت کې د جذرالمربع د اعشاري رقمونو شمېر د همغه اعشاري رقمونو د شمېر د مربع نیمایي دی، له دې قاعدې څخه د تقریبي جذرالمربع د نیولو لپاره کار اخلو.

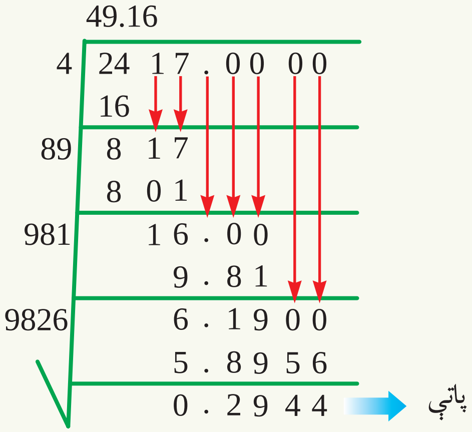
لومړی مثال: غواړو تر یو رقمي اعشاریې پورې د 1438 جذرالمربع حساب کړو



په پایله کې: $\sqrt{1438} \approx 37.9$

پوښتنه: آیا ویلای شئ چې ولې 1438 د جذرالمربع د نیولو په وخت کې د 1438.00 په ډول لیکو.

دویم مثال: تر دوه رقم اعشاري پورې د 2417 تقریبي جذرالمربع پیدا کړئ.



په پایله کې: $\sqrt{2417} \approx 49.16$

په پورته مثالونو کې وینو چې د پاتې اعشاري رقمونو شمېر د اصلي عدد، د اعشاري رقمونو له شمېر سره مساوي دي، غواړو د هغو جذرالمربع پیدا کړو.

تمرین

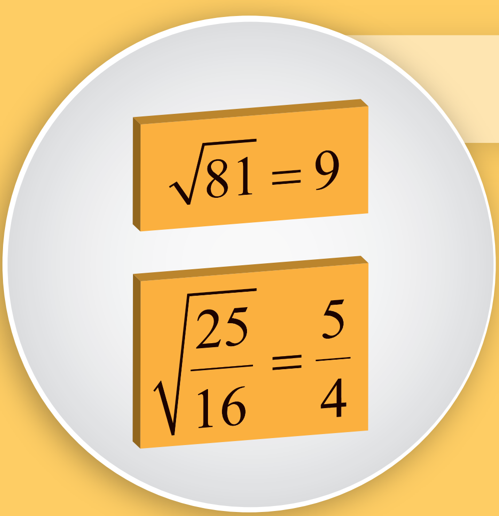
1- تر یوه رقم اعشاري پورې د لاندې عددونو جذرالمربع پیدا کړئ:

a) 814　　b) 74　　c) 274

2- تر دوه رقمي اعشاري پورې د لاندې عددونو جذرالمربع حساب کړئ:

a) 94752　　b) 5039　　c) 418

د اوسط په طریقه د جذرالمربع تقریبي قیمت



-ویلای شئ چې د $\sqrt{81}$ څو دی؟

-ویلای شئ چې د $\sqrt{\frac{25}{16}}$ څو دی؟

تاسو پوهېږئ هر عدد چې په خپل ځان کې ضرب شي د ضرب لاس ته راغلی حاصل د لومړي عدد د مربع په نامه یادېږي.
خو د ټولو مثبتو عددونو جذرالمربع د کسري یا نسبتي عدد په ډول ښودلای نشو.

لکه: $\sqrt{30}, \sqrt{10}, \sqrt{5}$

له دې امله د ځینو عددونو د جذرالمربع قیمت په تقریبي ډول ښودل کېږي.
دلته غواړو د $\sqrt{5}$ تقریبي قیمت پیدا کړو.

پوښتنه: د 5 عدد، د کومو دوو عددونو د مربع په منځ کې دی؟
$\sqrt{5}$ د کومو دوو عددونو په منځ کې دی؟

د دې په پام کې نیولو سره چې د 5 جذر المربع د 2 او 3 په منځ کې دی کولای شو ووایو د 5 جذرالمربع تقریباً د 2 او 3 په منځ کې له یو قیمت سره مساوي دی، یعني: $\frac{2+3}{2} = 2.5$
د $\sqrt{5}$ د ښه دقیق قیمت پیدا کولو لپاره لاندې جدول په پام کې نیسو:

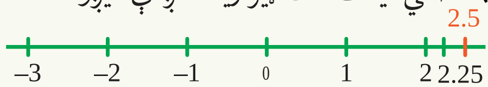
مربع	عدد د
4	2
6.25	2.5
9	3

د $\sqrt{5}$ عدد د 2 او 2.5 په منځ کې قرار لري

د دې په پام کې نیولو سره چې د 5 عدد د 4 او 6,25 په منځ کې قرار لري کولای شو ووایو د $\sqrt{5}$ تقریبي قیمت د 2 او 2,5 په منځ کې له یو قیمت څخه عبارت دی یعني $\frac{2+2.5}{2} = \frac{4.5}{2} = 2.25$

مربع	عدد د
4	2
	2.25
6.25	2.5

د پورتنی جدول له مخې ویلای شئ، چې د $\sqrt{5}$ دکومو عددونو په منځ کې پروت دی؟
د دې دوو لارو په کارولو سره لیدل کېږي چې د $\sqrt{5}$ تقریبي قیمت له 2.25 څخه عبارت دي نو کولای شو ولیکو، چې: $\sqrt{5} \approx 2.25$
که چیرې پورتنی لارې بیابیا وکاروو، د $\sqrt{5}$ اصلي قیمت ته لا ډیر زیات نږدې کیږو.



په پایله کې کولای شو د عددونو تقریبي جذر مربع د پورتني میتود یا طریقې په کارولو سره پیدا کړو.

مثال: د $\sqrt{10}$ تقریبي جذر پیدا کړئ.

حل: د پورتنی طریقې په کارولو سره کیدای شي د $\sqrt{10}$ د یولسم پورې د 4 او 3 عددونو په منځ کې وي

$9<10<16$ $\quad 3<\sqrt{10}<4$ $\quad \frac{3+4}{2}=\frac{7}{2}=3.5$

د پورته عملي لنډیز په لاندې جدول کې کتلای شو.

عدد	مربع
3	9
3.5	12.25
4	16

د $\sqrt{10}$ د 3 او 3.25 په منځ کې

له پورته جدول څخه داسې پایله لاس ته راځي، چې: $\sqrt{10} \approx 3.5$

د دې په پام کې نیولو سره چې د 10 عدد د 9 او 12,25 په منځ کې دی، کولای شو ووایو چې $\sqrt{10}$ تقریبي قیمت د 3 او 3,5 عددونو په منځ کې پروت دی.

$$\frac{3+3.5}{2}=\frac{6.5}{2}=3.25$$

د $\sqrt{10}$ د لا دقیق قیمت پیداکولو له پاره لاندې جدول په پام کې نیسو:

عدد	مربع
3	9
3.25	10.5625
3.5	12.25

د $\sqrt{10}$ د 3 او 3.25 په منځ کې

په پایله کې: $\sqrt{10} \approx 3.25$

تمرین

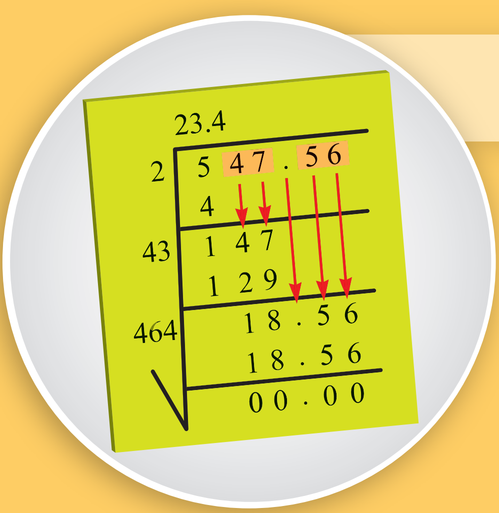
1- د لاندې هرې یوې غیر تساوي سم والی وښیاست.

a) $3<\sqrt{12}<4$ b) $7.1<\sqrt{15}<7.2$

2- د پورتنی طریقې په کارولو سره د لاندې عددونو تقریبي جذرالمربع حساب کړئ.

a) 21 b) 12 c) 7

د اعشاریه لرونکو عددونو جذرالمربع

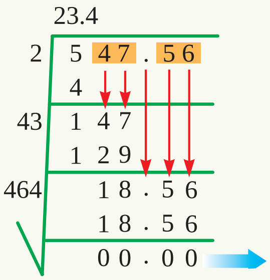


که چیرې یو عدد مربع کړو، د مربع کولو په صورت کې یې د اعشاري رقمونو شمېر جفت دی.

که چیرې د اعشاري رقمونو شمېر تاق وي څه باید وکړو؟

مثال: د 547.56 عدد جذر المربع محاسبه کړئ.

حل: څرنګه چې د اعشاري رقمونو شمېر جفت دی نو کولی شو په جذر پیل وکړو.
صحیح برخه یې له ښي لورې څخه کیڼې لورې ته او اعشاري برخه یې برعکس له کیڼ لورې څخه ښي لورې ته دوه، دوه عددونه یا خانې رابیلوو. د تېر په شان د عمومي جذر نیولو د طریقې په میتود سره د عدد جذرالمربع یا جذر په لاس راوړو.



په پایله کې: $\sqrt{547.56} = 23.4$

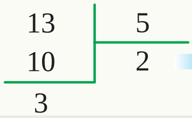
پوښتنه: ولې په جذرالمربع کې د اعشاري رقم یوازې یو رقم لرو؟

- د 381.291 عدد څو اعشاري رقمونه لري؟
- د دې عدد د جذرالمربع پیدا کولو لپاره په لومړني ګام کې څه باید وکړو؟
- د هغه جذر المربع پیدا کړئ:
- د جذرالمربع له نیولو مخکې فکر وکړئ، چې د دې عدد جذرالمربع څو اعشاري رقمه لري؟
- د نیول شوي جذر پاتې باید څو اعشاري رقمونه ولري؟

په تیرو کې مورږ د پوښتنې د سم حل لپاره، ځواب ازمایلی دی. له دې امله د اعشاري جذر لرونکو عددونو جذر المربع لپاره هم دا عملیه سرته رسوو.

فعالیت

مخامخ ویش په پام کې ونیسئ

a: 

$5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13$ ✓

b:

13	5
5	1
8	

→ $5 \times 1 + 8 = 5 + 8 = 13$ ✗

د a او b د حل د عمليو په پام کې نيولو سره وېش يا د تقسيم د عمليې د سموالی شرايط تشريح کړئ.

پوښتنه: څرنګه کولای شو ځان ډاډمن کړو چې د جذرالمربع نيولو عمليه سمه ده؟

مثال: د 149 عدد جذرالمربع پيدا او سم والی يې و ازماوئ.

حل:

	12
1	1 49
	1
22	0 4 9
	4 4
	0 5

ازموينه: $(12 \times 12) + 5 = 144 + 5 = 149$

پوښتنه: ولې 12 په 12 کې ضربوو.

آيا د جذرالمربع د سموالی لپاره يوازې د دې عمليې سرته رسول بس دي؟

که چيرې زده کوونکي تېروتنه وکړي د 149 جذرالمربع 11 په 11 کې ضرب او پاتې يعنې 28 له هغو سره جمع کړي له اصلي عدد سره مساوي کېږي، يعني:

$(11 \times 11) + 28 = 149$

آيا کولای شو چې 11 د سم ځواب په توګه ومنو؟

له پورته مثال څخه داسې پايله په لاس راځي، چې د جذرالمربع د سموالی لپاره يو بل شرط هم لازم دی. د جذرالمربع دوه برابره يعنې 12 جمع 1 له پاتې يعنې 5 څخه لوی دی. يا $5 < 2 \times 12 + 1$

پوښتنه: د پورته فعاليت په پام کې نيولو سره وښياست، چې ولې د 11 ځواب سم نه دی؟

د جذرالمربع د آزمايلو لپاره بايد لاندې شرطونه په پام کې ونيول شي.

1- د جذرالمربع عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې مساوي له اصلي عدد سره وي.

2- د جذرالمربع دوه برابره جمع يو(1) له پاتې څخه زيات دي.

تمرين

د لاندې عددونو جذرالمربع پيدا او وازموييء.

1) $\sqrt{780.81} = ?$ 2) $\sqrt{6721} = ?$ 3) $\sqrt{973} = ?$ 4) $\sqrt{692.916} = ?$

$$2\sqrt{3}+4\sqrt{2}-\sqrt{3}=?$$

$$x\sqrt[n]{a}\pm y\sqrt[n]{a}=?$$

د جذري عددونو جمع او تفريق

تاسو پوهېږئ چې د نسبتي عددونو په سيټ کې کولای شو د هر a لپاره وليکو:

$$3a+2a=(3+2)a=5a$$

$$3a-2a=(3-2)a=a$$

آيا کولای شئ، چې جذر لرونکي عددونه يو له بل سره جمع او تفريق کړئ؟

لاندې مساواتونه په پام کې ونيسئ.

$$2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=(2+4)\sqrt{3}=6\sqrt{3}$$

$$2\times\sqrt{13}+3\times\sqrt{13}=(2+3)\times\sqrt{13}=5\times\sqrt{13}$$

د دې لپاره چې ساده يې وليکو د $5\times\sqrt{13}$ په ځای له $5\sqrt{13}$ څخه کار اخلو.

د جمعې د حاصل د پيدا کولو لپاره د حقيقي عددونو له خاصيت څخه کار اخلو.

پوښتنه: د حقيقي عددونو د تفريق لپاره د جمعې له طريقې څخه کار اخيستلای شو؟

فعاليت

په دويم مساوات کې د 5 پر ځای له (2-7) څخه کار واخلئ، پورته طريقې ته ورته محاسبه سرته ورسوئ.

د جذري عددونو جمع او تفريق په داسې حال کې کيدای شي، چې تر جذرالمربع لاندې عدد او د جذرالمربع درجه يو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضريبونه يو له بل سره جمع او يا يو له بله تفريقوو.

په عمومي توګه: $x\sqrt[n]{a}\pm y\sqrt[n]{a}=(x\pm y)\sqrt[n]{a}$

پوښتنه: ويلای شئ چې ورته يا مشابه جذرونه کوم دي. آيا $\sqrt{10}$ او $\sqrt{5}$ سره ورته يا مشابه دي؟

لومړی مثال: $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=?$

حل: څرنګه چې تر جذر لاندې عددونه او د جذرونو درجه يو له بل سره مساوي دي.

له دې امله:

$$2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(2+5)\sqrt{3}=7\sqrt{3}$$

دويم مثال: $18\sqrt{12}-16\sqrt{12}=?$

حل: $18\sqrt{12}-16\sqrt{12}=(18-16)\sqrt{12}=2\sqrt{12}$

دريم مثال: $8\sqrt{48}-10\sqrt{48}-3\sqrt{48}=?$

حل: د توزيعی خاصيت له کارولو سره لومړی د دوه خنګ په خنګ عددونو نتيجه پيدا او بيا له دريم حد سره علميه سرته رسوو.

$$=(8-10)\sqrt{48}-3\sqrt{48}$$
$$=-2\sqrt{48}-3\sqrt{48}$$
$$=(-2-3)\sqrt{48}=-5\sqrt{48}$$

فعالیت

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قيمتونه په لاس راوړئ، دا قيمتونه يو له بل سره پرتله کړئ؟
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قيمتونه په لاس راوړئ، آيا دا دوه قيمتونه يوله بل سره مساوي دي؟

له پورته فعاليت څخه نتيجه اخيستل کيږي، چې:

$$\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b}\neq\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

تمرين

1- په لاندې پوښتنو کې د جمعې او تفريق حاصل په لاس راوړئ.

a) $5\sqrt{2}+3\sqrt{2}-9\sqrt{2}$　　b) $\sqrt{50}-3\sqrt{50}$

c) $\sqrt{81}+\sqrt[3]{-27}$　　d) $\sqrt{5}\times\sqrt{36}+\sqrt{5}\times\sqrt{36}$

2- کوم جذري عددونه يو له بل سره جمع او يا يو له بله تفريقولای شو؟

a) $4\sqrt[3]{2}+3\sqrt{2}$　　b) $5\sqrt{4}+3\sqrt{4}$

c) $5\sqrt[3]{6}-2\sqrt[3]{6}$　　d) $7\sqrt[3]{6}+2\sqrt[3]{6}$

د جذر المربع ضرب او تقسیم

آیا کولای شو چې جذري عددونه ضرب او تقسیم کړو؟

$$\sqrt{\frac{36\times 9}{16}}=\frac{\sqrt{36}\times\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=\frac{6\times 3}{4}=\frac{9}{2}$$

فعالیت

لاندې ځوابونه په لاس راوړئ.

$\sqrt{36\times 9}=\sqrt{\quad}=$ ....

$\sqrt{36}\times\sqrt{9}=$ .... $\times$ .... $=$

$\sqrt{4\times 25}=\sqrt{100}=$ ....

$\sqrt{4}\times\sqrt{25}=$ .... $\times$ .... $=$

$\sqrt{25\times 36}=\sqrt{\quad}=$ ....

$\sqrt{25}\times\sqrt{36}=$ .... $\times$ .... $=$

$\sqrt{4\times 9}=\sqrt{\quad}=$ ....

$\sqrt{4}\times\sqrt{9}=$ .... $\times$ .... $=$

د پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

د a او b اختیاري حقیقي عددونو لپاره لرو: $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

لومړی مثال:

حل:

$\sqrt{2}\times\sqrt{32}=\sqrt{2\times 32}=\sqrt{64}=8$

$\sqrt{20}\times\sqrt{5}=\sqrt{20\times 5}=\sqrt{100}=10$

$\sqrt{0.5}\cdot\sqrt{0.5}=\sqrt{0.5\cdot 0.5}=\sqrt{0.25}=0.5$

په پورته جذرونو باندې د عملیې په سرته رسولو کوښښ وکړئ، چې یوه ساده عملیه په لاس راوړئ، دې ډول کارولو ته د علمیې ساده کول وایي.

دويم مثال:

$$\sqrt{75}=?$$

حل:

$$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}=5\times\sqrt{3}\approx5\times1.7=8.5$$

دريم مثال: دا افاده ساده کړئ:

$$\sqrt{64a^2}=?$$

حل:

$$\sqrt{64a^2}=\sqrt{64}\times\sqrt{a^2}$$

$$=\sqrt{8^2}\times\sqrt{a^2}=8a$$

څلورم مثال: غواړو دا لاندې جذري افادې يو له بله سره ضرب کړو.

حل:

$$(2\sqrt{6})(5-\sqrt{3})=?$$

$$=(2\sqrt{6}\times5)-(2\sqrt{6}\times\sqrt{3})$$

$$=10\sqrt{6}-2\sqrt{18}=10\sqrt{6}-2\sqrt{9\times2}$$

$$=10\sqrt{6}-2\sqrt{9}\times\sqrt{2}=10\sqrt{6}-6\sqrt{2}$$

آيا کولای شئ د جذرالمربع د ضرب قانون ته ورته د ويش(تقسيم) لپاره هم قاعده پيدا کړئ.

لاندې مثال په پام کې ونيسئ:

$$\sqrt{\frac{16}{100}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}}=\frac{4}{10}=0.4$$

له پورته مثال څخه داسې پايله لاس ته راځي چې د a او b مثبت اختياري حقيقي عددونو لپاره په داسې حال کې چې $b\neq0$ وي لرو: $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

پنځم مثال:

$$\sqrt{\frac{36}{49}}=?$$

حل:

$$\sqrt{\frac{36}{49}}=\sqrt{\frac{9\times4}{49}}=\frac{\sqrt{9}\times\sqrt{4}}{\sqrt{49}}=\frac{3\times2}{7}=\frac{6}{7}$$

تمرين

1- لاندې افادې ساده کړئ.:

a) $\sqrt{144a^2}$ b) $\sqrt{169a^2}$ c) $\sqrt{0.003}$ d) $\sqrt{36}\times\sqrt{64}$ e) $\sqrt{0.28}$

2- لاندې افادې ساده کړئ.:

a) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}=?$ b) $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{5}}=?$ c) $\sqrt{\frac{81a^4}{125c^6}}=?$

د توان لرونکو عددونو قوانین
د توانونو ضرب:

په لابراتوار کې د جسم د لوی ښودلو لپاره له مایکروسکوپ څخه کار اخلي. هر مایکروسکوپ دوه عدسیې لري، چې یوه یې سترګې ته نژدې او بله یې شي یا جسم ته نژدې وي. هغه عدسیه چې جسم ته نژدې ده د جسم اندازه د 2^2 برابره او هغه عدسیه چې سترګې ته نژدې ده تصویر یا څېره د 2^3 برابره غټوي. ویلای شئ، چې د جسم تصویر څو برابره لوییږي؟

په تیر ټولګی کې مو د توان اړوند قوانین د طبیعي عددونو لپاره ولوستل په دې برخه کې غواړو چې د حقیقي عددونو له پاره نوموړي قوانین وڅیړو.

فعالیت

تش ځایونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ:

$$5^6 = 5^2 \times 5^4 = 5^3 \times .... = 5^4 \times .... = ... \times 5^1$$

$$.... = (\frac{2}{5})^2 \times (\frac{2}{5})^8 = (\frac{2}{5})^3 \times .... = (\frac{2}{5})^9 \times ....$$

$$a^5 = a^4 \times .... = ... \times a^2 = ... \times a^3$$

له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاسته راوړو چې که چیرې m او n تام عددونه او a یو حقیقي عدد وي نو لیکلای شو چې: $a^m \times a^n = a^{m+n}$

نو داسې ویلای شو: که چیرې په طاقت کې قاعدې سره مساوي او توانونه مختلف وي په دې صورت کې حاصل شوی پایله په ګډ(مشترک) قاعده سره لیکو چې توان یې د توانونو د جمعې له حاصل څخه عبارت دی.

مثال:

$$2^3 \times 2^4 = ?$$

حل:

$$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$$

د مثالونو په واسطه څرګنده کړئ چې $(-a)^n = -a^n$ تل سم نه دی.

فعالیت

مخامخ تساوي ګانې په پام کې ونيسئ:

$$(5^3)^2 = 5^3 \times 5^3 = 5^{3+3} = 5^6$$

$$(14^9)^4 = (14^9) \times (14^9) \times (14^9) \times (14^9) = (14)^{9+9+9+9} = 14^{4\times 9}$$

لاندې تش ځايونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ.

$$(2^3)^4 = 2^3 \times .... \times .... \times .... = 2^{3+....+3+3} = 2^{3\times ....}$$

$$(a^n)^4 = a^n \times .... \times .... \times .... = a^{n+....+....+....} = a^{......\times 4}$$

له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاس ته راځي، چې: که چیرې m او n دوه تام عددونه او a یو حقیقي عدد وي نو لرو: $(a^n)^m = a^{m\cdot n}$

مثال: $(2^{-2})^3 = (2^{-2})(2^{-2})(2^{-2}) = (2)^{-2-2-2} = 2^{-2\times 3} = (2)^{-6} = \frac{1}{2^6}$

لاندې تساوي ګانو ته پاملرنه وکړئ.

$$(30)^3 = (6\times 5)^3 = (6\times 5)(6\times 5)(6\times 5) = (6\times 6\times 6)(5\times 5\times 5) = 6^3 \times 5^3$$

$$(30)^3 = (10\times 3)^3 = (10\times 3)(10\times 3)(10\times 3) = (10\times 10\times 10)(3\times 3\times 3) = 10^3 \times 3^3$$

په عمومي توګه که چیرې a او b دوه حقیقي عددونه او n یو تام عدد وي نو پورته تساوي په لاندې ډول لیکلای شو. $(a\times b)^n = a^n \times b^n$

که چیرې دوه عددونه د ضرب په حالت کې په یو شان توان سره ولرو، د هغو د ضرب د حاصل پیداکولو لپاره هر یو عدد په همغه توان سره لیکلی شو او سرچپه یې که چیرې توانونه مساوي او قاعدې مختلفې وي، عددونه د ضرب په حالت کې لیکو او له توانونو څخه یو یې د ضرب په حاصل د توان په توګه لیکو:

مثال: $4^3 \times 5^3 = ?$

حل $(4\times 5)^3 = 20^3$

تمرین

د ضرب هره یوه افاده د طاقت په ډول ولیکئ:

1) $6^2 \times 6^3 = ?$ 2) $(0.2)^2 \times (0.2)^2 = ?$ 3) $(\frac{1}{2})^4 \times (\frac{1}{2})^3 = ?$ 4) $(\frac{1}{4})^{-7} \times (\frac{1}{4})^{-5} = ?$

5) $5^4 \times 5 = ?$ 6) $27 \times 5^3 = ?$ 7) $(abc)^7 = ?$ 8) $a^5 \times b^5 \times c^5 = ?$

9) $2^3 \times 2^3 \times 5^3 = ?$ 10) $81 \times a^2 = ?$ 11) $2^{-1} \times 3^{-1} = ?$ 12) $(10^2)^3 = ?$

د توانونو ویش (تقسیم)

آیا تر اوسه پورې مو خپل عکسونه د $\frac{1}{2}$ په اندازه کوچني کړي دي؟ د دې کار لپاره د ریاضي له کومې عملیې څخه کار اخلو؟

د ضرب د دوو طاقتونو لپاره مو وکولای شول، چې د توان او قاعدې په منځ کې اړیکه پیدا کړو.
آیا کولی شئ ضرب ته ورته د ویش دوو طاقتونو ته اړیکه پیدا کړئ.

فعالیت

تش ځایونه ډک کړئ.

$$3^5 \div 3^4 = \frac{3^5}{3^4} = \frac{3^{\square} \times 3^4}{3^4} = 3^1 = 3^{5-\square}$$

د مقسوم، مقسوم علیه او د ویش د حاصل د توانونو تر منځ څه ډول اړیکه موجوده ده؟
آیا د ویش د ټولو طاقتونو لپاره، چې قاعدې یې مساوي، وي دا اړیکه تطبیق کیدای شي؟

په عمومي توګه که چیرې a حقیقي عدد، n او m تام عددونه وي په دې صورت کې لرو چې:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

د دوو طاقتونو په ویش کې په داسې حال کې چې قاعدې یې سره مساوي وي له قاعدو څخه یوه قاعده ټاکو بیا د مقسوم له توان څخه د مقسوم علیه توان تفریق او د تفریق حاصل یې د ټاکلې قاعدې د توان په توګه لیکو.

مثال: لاندې ویشونه سرته ورسوئ.

حل:

$a)\ 5^{-7} \div 5^{-1} \qquad b)\ 5^3 \div 5^3$

$a)\ 5^{-7} \div 5^{-1} = 5^{-7-(-1)} = 5^{-7+1} = 5^{-6}$

$b)\ \frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0$

فعالیت

تش ځایونه په مناسبو عددونو ډک کړئ.

$$12^3 \div 4^3 = \frac{12^3}{4^3} = \frac{\square \times 12}{4\times \square \times 4} = (\frac{\square}{4})\times(\frac{12}{\square})\times(\frac{12}{4}) = (\frac{12}{4})^3 = 3^3$$

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله لاسته راځي. په عمومي توګه د a او b اختیاري حقیقي عددونو لپاره په داسې حال کې چې $b \neq 0$ او n یو طبیعي عدد وي لیکلای شو، چې: $\left(\frac{a^n}{b^n}\right) = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

د طاقتونو په ویش کې که چیرې قاعدې مختلفې او توانونه مساوي وي د صورت قاعده د مخرج په قاعدې باندې ویشو له توانونو څخه یو یې د ویش د حاصل د توان په توګه لیکو.

مثال: $b)\ 3^2 \div 10^2 = ?$ $a)\ 25^4 \div 5^4 = ?$

حل: د طاقتونو د ویش له قاعدې لیکلای شو:

a) $(25 \div 5)^4 = 5^4$

b) $(3 \div 10)^2 = (0.3)^2$

که چیرې په ویش کې د مقسوم او مقسوم علیه قاعدې او توانونه یو له بله سره توپیر ولري د ویش د حاصل د پیدا کولو لپاره باید هر عدد په خپل توان ولیکل شي او اړوند عدد یې په لاس راوړل شي.

یادونه: پورتني قوانین په داسې حال کې چې m او n حقیقي عددونه وي هم سم دي.

تمرین

1- د ویش د قانون په کارولو سره لاندې پوښتنې حل کړئ.

1) $(\frac{1}{2})^4 \div (\frac{1}{2})^3 = ?$ 2) $13^7 \div 13^8 = ?$ 3) $\frac{12^6}{12^5} = ?$

4) $\frac{7^5}{7^3} = ?$ 5) $\frac{8^5}{8^3} = ?$ 6) $6^3 \div 2^3 = ?$

2- په مثال کې وښیاست چې:

$a^m - a^n \neq a^{m-n}$

$(a-b)^n \neq a^n - b^n$

د صفر او منفي توان

$2^3 = ?$

$2^0 = ?$

$2^{-1} = ?$

2^3 پيداکړئ.

آیا کولی شو د 2^0 مساوي عدد پیدا کړو؟

آیا عددونه د صفر په توان لیکلای شو؟

آیا عددونه د منفي عدد په توان سره هم لیکلای شو؟

فعالیت

لاندې جدول بشپړ کړئ.

توان لرونکی عدد	$2^4 \div 2$	$2^3 \div 2$	$2^2 \div 2$	$2^1 \div 2$
حاصل يې	8			

- د جدول په لومړی لیکه کې د توانونو تر منځ څه اړیکه وجود لري؟
- د جدول دویمې لیکې د عددونو تر منځ څه ډول اړیکه پیداکولای شئ.
- د جدول لومړۍ لیکې ته ادامه ورکړئ د 2^0 وروستی وریسې عدد ولیکئ، د دویمې لیکې عددونو تر منځ د اړیکې له مخې د 2^0 لپاره کوم عدد په دویمه لیکه کې لیکلای شئ؟
- پورته جدول د 3 عدد لپاره بشپړ کړئ.
- لاندې جدول د $a \neq 0$ عدد لپاره بشپړ کړئ.

توان لرونکی عدد	$a^4 \div a$	$a^3 \div a$	$a^2 \div a$	$a^1 \div a$
حاصل يې	a^3			

- د جدول لومړۍ لیکې ته ادامه ورکړئ، د a^0 وریسې وروستی عدد ولیکئ. د دویمې لیکې عددونو تر منځ د اړیکې له مخې د a^0 لپاره څه ډول عدد په دویمې لیکې کې لیکلی شئ؟

له پورتني فعالیت څخه داسې پایله لاسته راځي چې پرته له صفر $(a \neq 0)$ دبل هر عدد لپاره $a^0 = 1$ دی.

فعالیت

لاندې جدول په پام کې ونیسئ:

توان لرونکی عدد	3^3	3^2	3^1	3^0	3^{-1}
حاصل یې	27	9	3	1	

- په جدول کې لومړۍ او دویمې لیکې عددونو تر منځ څه ډول اړیکه پیدا کولای شئ؟
- د جدول لومړۍ لیکې ته ادامه ورکړئ وروستی ورپسې توان لرونکی عدد یعنې 3^{-1} ولیکئ.

اوس د دویمې لیکې عددونو تر منځ د اړیکې له مخې د 3^{-1} او 3^{-2} لپاره کوم برابر عددونه پیدا کولای شئ.

- د $a \neq 0$ عدد لپاره پورتنی جدول د a توانونو لپاره ولیکئ. د a^{-1} او a^{-2} لپاره د کومو عددونو ګومان کولئ شئ.

له پورتنی جدول څخه داسې پایله لاسته راځي، چې د a حقیقي عدد لپاره په داسې حال کې چې $a \neq 0$ وي، لیکلای شو:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

مثال : د $(1.3)^{-3}$ او $(-15)^{-21}$ افادې د مثبت توان په ډول ولیکئ.

حل: $(-15)^{-21} = \dfrac{1}{(-15)^{21}}$, $(1.3)^{-3} = \dfrac{1}{(1.3)^3}$

تمرین

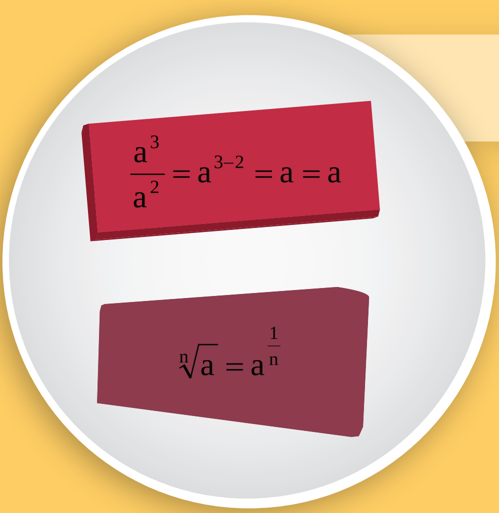
1- لاندې افادې د مثبت توان په ډول ولیکئ.

a) 5^{-2} b) $(\sqrt{7})^{-5}$ c) $(\frac{1}{3})^{-3}$ d) $(2\pi)^{-3}$

2- لاندې افادې د منفي توان په ډول ولیکئ.

a) 0.0001 b) $\frac{1}{b^2}$ c) $\frac{1}{6^4}$ d) $\frac{1}{3^{11}}$

کسري توانونه او قوانين يې



تاسو مخ کې توانونه ولوستل، آيا کولای شی همغه قوانين په کسري توانونو باندې هم تطبيق کړئ.

فعاليت

- آيا د $\sqrt{16}$ او $\sqrt{-16}$ يو له بل سره مساوي دي؟
- $\sqrt[3]{-8}$ او $\sqrt[3]{8}$ له خو سره مساوي کيږي؟
- آيا $\sqrt{a}$ د توان په شکل ليکلی شو؟ $\sqrt[n]{a}$ د توان په شکل وليکئ.

کولای شو پورته فعاليت داسې بيان کړو:

د حقيقي عددونو په سيټ کې منفي عددونه جذرالمربع نه لري، خو هر عدد که مثبت يا منفي وي جذر مکعب يا دريم جذر لري.

په عمومي توګه يو جذر لرونکی عدد داسې ليکل کيږي:

$\sqrt[n]{a}$ ، داسې لوستل کيږي (د a، nام جذر).

د يوه عدد n ام جذر له هغه عدد څخه عبارت دی چې که چيرې هم هغه عدد د n په توان لوړ شي تر جذر لاندې عدد په لاس راشي.

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

تر جذر لاندې عدد توان

د جذر درجه

په ياد ولرئ: که چيرې د يوه عدد توان او د جذر درجه يو له بل سره مساوي، وي داسې پايله لاسته راځي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

فعالیت

لاندې تش ځایونه ډک کړئ

$a^{\frac{\square}{3}} + 2a^{\frac{1}{3}} = \square\, a^{\frac{1}{3}} = 3\sqrt[3]{a} \quad , \quad 3a^{\frac{1}{\square}} - a^{\frac{1}{5}} = 2a^{\frac{1}{\square}} = 2\cdot\sqrt[\square]{a}$

کولای شو له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

I- که چیرې قاعدې او کسري توانونه سره مساوي وي د اختیاري a لپاره په داسې حالت کې چې $a \in IR$ او $a \neq 0$ وي لیکلی شو:

مثال:

$$2(15)^{\frac{1}{3}} + 3(15)^{\frac{1}{3}} - 15^{\frac{1}{3}} = (2+3-1)(15)^{\frac{1}{3}} = 4\sqrt[3]{15}$$

II- که چیرې د وېش په عملیه کې قاعدې مشابه او کسري توانونه مختلف یا مساوي وي، په داسې حال کې چې $a \in IR$ او $a \neq 0$ وي لرو، چې:

$$\frac{a^{\frac{1}{m}}}{a^{\frac{1}{n}}} = a^{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}} = a^{\frac{n-m}{m\cdot n}} = \sqrt[m\cdot n]{a^{n-m}}$$

مثال:

$$\frac{5^{\frac{3}{4}}}{5^{\frac{2}{3}}} = 5^{\frac{3}{4}-\frac{2}{3}} = 5^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{5}$$

III- په عمومي توګه د ضرب په عملیه کې ویلای شو چې که چیرې قاعدې نامساوي او کسري توانونه یې مساوي وي، په داسې حال کې چې b،a او c حقیقي عددونه او د صفر خلاف وي:

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a\cdot b\cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

مثال:

$$(7)^{\frac{-5}{8}} \cdot (6)^{\frac{-5}{8}} \cdot (4)^{\frac{-5}{8}} = (7\cdot 6\cdot 4)^{\frac{-5}{8}} = \sqrt[8]{(7\cdot 6\cdot 4)^{-5}} = \frac{1}{\sqrt[8]{(7\cdot 6\cdot 4)^{5}}}$$

IV:

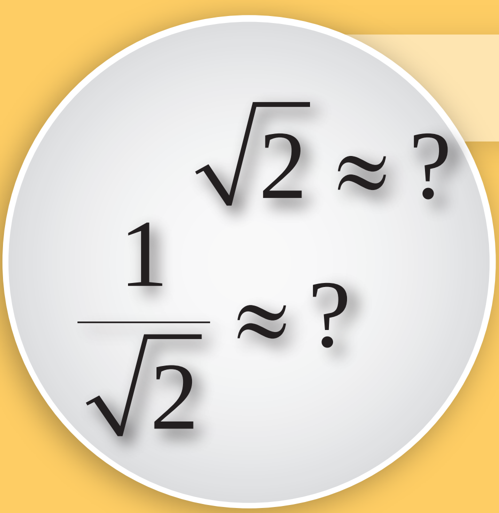
$$(a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{m\cdot n}} = \sqrt[m\cdot n]{a}$$

مثال:

$$(a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} = ?$$

حل:

$$(a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} = (a)^{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}} = (a)^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{a}$$



د کسرونو ناطق یا گویا کول

د $\sqrt{2}$ تقريبي قيمت مو پيدا کړ، په تقريبي توگه د $\frac{1}{\sqrt{2}}$ قيمت څو دی؟

په عمومي توگه په هغه عددونو باندې چې د کسر مخرج جذر ونلري کارکول آسان دی. که چيرې د کسر په مخرج کې جذري عدد وي نو دا ډول عددونه بايد له جذر څخه وباسو، داسې چې د کسر په مخرج کې جذري عدد نه وي، خو دا کار په څه ډول بايد سرته ورسوو؟

فعاليت

تش ځايونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ:

$$\sqrt{3} \times \square = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{2} \times \square = 2$$

$$\frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15 \times \square}{\sqrt{5} \times \square} = \frac{15\,\square}{5} = 3\sqrt{5}$$

د پورتني فعاليت له مخې د يو کسر د مخرج جذرالمربع د منځه وړلو لپاره کولای شو د کسر صورت او مخرج د هغه په مخرج کې ضرب کړو.

مثال: آيا کولی شو چې د $\frac{1}{\sqrt{2}}$ په عددکې د مخرج جذرالمربع له منځه يوسو؟

حل: ددې لپاره صورت او مخرج په $\sqrt{2}$ کې ضرب کوو:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

فعالیت

تش ځایونه ډک کړئ:

$$\sqrt[3]{8}=(\sqrt[3]{2})^{\square}=\square$$

$$\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{\square^{3}}=\square$$

$$\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{\square^{\square}}=2$$

$$\sqrt[3]{9}\times\sqrt[3]{\square}=\sqrt[3]{\square^{3}}=\square$$

$$\frac{6}{\sqrt[3]{4}}=\frac{6\times\square}{\sqrt[3]{2^2}\times\sqrt[3]{2}}=\frac{6\sqrt[3]{\square}}{\sqrt[3]{2^3}}=\frac{\square\sqrt[3]{2}}{2}=3\sqrt[3]{2}$$

له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاس ته راځي چې، د مخرج د دریم جذر د منځه وړلو لپاره باید صورت او مخرج د داسې عدد په دریم جذر کې ضرب کړو، تر څو تر جذر لاندې عدد د 3 توان ته لوړ شي.

مثال: لاندې کسرونه ګویا (ناطق) کړئ:

a) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$ b) $\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$

حل:

$$a)\ \frac{2}{\sqrt[3]{4}}=\frac{2}{\sqrt[3]{2^2}}=\frac{2\times\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2}\times\sqrt[3]{2}}=\frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^3}}=\frac{2\sqrt[3]{2}}{2}=\sqrt[3]{2}$$

$$b)\ \frac{5}{\sqrt[3]{5}}=\frac{5\times\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{5^2}}=\frac{5\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}}=\frac{5\sqrt[3]{5^2}}{5}=\sqrt[3]{5^2}$$

تمرین

1- لاندې کسرونه ګویا (ناطق) کړئ:

1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ 3) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

4) $\frac{6}{\sqrt[3]{9}}$ 5) $\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}$ 6) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$

د لومړی فصل مهم ټکي

• حقيقي عددونه

1- د ناطق او غير ناطق عددونو د سيټ يووالى(اتحاد) د حقيقي عددونو د سيټ په نامه يادېږي.

2- د عددونو د خط هر ټکى يو حقيقي عدد او برعکس هر حقيقي عدد د عددونو د محور له يو ه ټکي سره مطابقت کوي.

• د حقيقي عددونو خواص

1- د بدلون(تبديلي) خاصيت

2- د يووالى(اتحادي) خاصيت

3- د توزيعي خاصيت (د جمع او ضرب په عمليو کې)

• د عددونو تقريبي جذرالمربع

• په عمومي طريقې سره د تامو او اعشاري عددونو د جذرالمربع پيدا کول.

1 - د وسطي قيمت په طريقې

• د جذرونو ضرب او ويش

1- د جذرونو ضرب $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

2- د جذرونو ويش $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

• په جذري عددونو کې يوازې ورته جذرونه يعنې چې د جذرونو درجې او تر جذر لاندې عددونه يو شی وي، يو له بله سره جمع او يا تفريق کولای شو.

توانونه او قوانين يې:

1- $a^0=1$, $a\neq 0$, a حقيقي عدد دی.

2- $a^{-1}=\frac{1}{a}$, $a\neq 0$, a حقيقي عدد دی.

3- $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$, $a\neq 0$, a حقيقي عدد دی.

4- د توانونو ضرب $(a^m)^n=a^{m\times n}$ ، $a^m\times a^n=a^{m+n}$ ، $a^n\times b^n=(a\times b)^n$

5- د توانونو ويش $\frac{a^n}{b^n}=(\frac{a}{b})^n$ $b\neq 0,$ $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ $a\neq 0,$

• د کسرونو ناطق يا گويا کول د کسرونو د گويا کولو لپاره د کسر مخرج له جذر باسو.

د لومړي فصل پوښتنې

I. لاندې مساواتونه او عبارتونه په پوره پاملرنې سره ولولئ، تش ځايونه يې په مناسبو عددونو او کلمو ډک کړئ.

1- $(\frac{1}{2})^2 \times (\frac{1}{2})^5 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$

2- $a^{-8} \div a^{-1} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

3- $5^9 \times \ldots\ldots\ldots = (5\times 7)^9$

4- د π عدد يو .... عدد دی.

II. لاندې پوښتنې په ځير ولولئ که چيرې سمې وي د(س) توری او که چيرې ناسمې وي د(ن) توری يې مخې ته وليکئ.

1- (   ) د نسبتي عددونو او تام عددونو يووالی(اتحاد) د حقيقي عددونو د سيټ په نامه يادوي.

2- (   ) په حقيقي عددونو کې د ضرب توزيعي خاصيت د جمعې په عمليې باندې سم دی.

3- (   ) $\sqrt{3}$ غير ناطق عدد دی.

4- (   ) $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

III. د لاندې پوښتنو لپاره څلور ځوابونه درکړل شوي دي، سم ځواب يې پيدا او کرښه تر تاو کړئ.

1- $\frac{4^7}{4^5} = ?$

$a)\ 4^0$ $b)\ 4^2$ $c)\ 4^{-1}$ $d)\ 4^1$

2- $(6y^3z^2)^2 = ?$

a) $36y^6z^4$ b) $36y^3z^4$ c) $36y^6z^2$ d) دري واړه غلط دي

3- $\sqrt{81\times 9} = ?$

$a)\ 27$ $b)\ \frac{1}{27}$ $c)\ 24$ $d)\ 25$

4- $\sqrt{\dfrac{49a^4}{144b^4}} = ?$

a) $\dfrac{8a^2}{12b^2}$ b) $\dfrac{7a^2}{12}$ c) $\dfrac{7a}{12b^2}$ d) $\dfrac{7a^2}{12b^2}$

5- کوم دوه جذر لرونکی عددونه سره ورته دی؟

a) $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$ b) $5\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$

c) $5\sqrt{3}$, $2\sqrt{5}$ d) $6\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{3}$

IV. لاندې پوښتنې حل کړئ:

1- $6\sqrt{125a^2} + \sqrt{5a^2} = ?$

2- د $\sqrt{0.5}$ تقريبي قيمت حساب کړئ.

3- لاندې افادې ساده کړئ:

a) $(-25a^2b^2)^6 = ?$ b) $(-4a \times 2a)^2 = ?$ c) $(-2^{-4}x)^3$

4- د 2475 دویم جذر پیدا او بیا یې وازموئ.

5- لاندې افادې ساده کړئ.

$(625a^2b^2)^6$, $(-10^3)^5$, $(-4q^2p^3)^4$

6- لاندې افادې د مثبت توان په ډول ولیکئ.

$(27)^{-7}$, $(9x^2)^{-4}$, $(6ab)^{-6}$

7- لاندې افادې د منفي توان په ډول ولیکئ.

$\dfrac{1}{(36)^2}$, $\dfrac{26}{(16)^6}$, $\dfrac{-ab}{(cd)^4}$

8- لاندې افادې ساده کړئ:

$(-6)^3 \cdot (-6)^{-5}$, $(13a^2)^6$, $\left\{(\frac{1}{4}xy)^2\right\}^6$

$(\frac{1}{2})^{-1} \times (\frac{1}{6})^{-1}$, $(\frac{1}{3})^{-4} \times (\frac{1}{5})^{-4}$, $\sqrt{144} \times \sqrt{169}$

9-لاندې افادې یو په بل کې ضرب کړئ:

$a)\ (3\sqrt{8}+2)(\sqrt{2}-3\sqrt{7})$

$b)\ (\sqrt{2}+1)(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

10- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست ،چې: $a^m + a^n \neq a^{m+n}$

11- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست، چې: $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$

12- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست، چې: $a^m - a^n \neq a^{m-n}$

13- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست، چې: $(a-b)^2 \neq a^2 - b^2$

14- لاندې افادې ساده او د جذر په ډول یې ولیکئ.

a) $5(25)^{\frac{1}{7}} + 7(25)^{\frac{1}{7}} + 4(25)^{\frac{1}{7}} = ?$ b) $36(15)^{\frac{6}{7}} - 17(15)^{\frac{6}{7}} = ?$

c) $\frac{(7)^{\frac{3}{5}}}{(7)^{\frac{3}{5}}} = ?$ d) $\frac{(17)^{\frac{2}{9}}}{(17)^{\frac{2}{3}}} = ?$ e) $(17^{\frac{3}{8}})^{\frac{1}{2}} = ?$

f) $(19^{\frac{5}{7}})^{\frac{2}{3}}$

دویم فصل

مالي محاسبي

نسبت
Ratio

د اوبو په هر ماليکول کې د هايدروجن او اوکسيجن کيمياوي فرمول وليکئ؟ د هايدروجن او اوکسيجن د اتمونو نسبت څو دی؟

فعاليت

يو ماليکول اوبه له دوو برخو هايدروجن او يوې برخې اوکسيجن څخه ترکيب شوي دي. په لاندې جدول کې د هايدورجن او، اوکسيجن نسبت وليکئ.

د اوبو ماليکولونه	1	2	3	4	5
د هايدروجن او، اوکسيجن نسبت	$\frac{2}{1}=2$				$\frac{10}{5}=2$

آيا د اوبو د بيلابيلو ماليکولونو لپاره د هايدروجن نسبت پر اوکسيجن باندې ثابت دی؟

مثال: که چيرې د يوې کوټې سور 3 متره او اوږدوالی 5 متره وي د سور او اوږدوالي نسبت يې څو دی؟

حل:

$5 \div 3$ يا $\frac{3}{5} = \frac{3\text{ متر}}{5\text{ متر}}$

فعاليت

- د 6cm په اوږدوالي او 3cm په سور يو مستطيل رسم کړئ. محيط او مساحت يې پيدا کړئ.
- د 4cm په اوږدوالي او 2cm په سور داسې يو بل مستطيل رسم کړئ چې د لومړي مستطيل د اوږدوالي نسبت د دويم مستطيل په اوږدوالی باندې او د لومړي مستطيل سور د دويم مستطيل پر سور باندې 3 پر 2 وي.

- د دويم مستطيل محيط او مساحت پيدا کړئ.
- د لومړي مستطيل د محيط نسبت د دويم مستطيل پر محيط باندې څو دی؟
- د لومړي مستطيل د مساحت نسبت د دويم مستطيل پر مساحت باندې څو دئ؟
- د دې نسبتونو تر منځ څه ډول اړيکه پيدا کولای شئ.

تعریف

د دوو همجنسو (یوشان) کمیتونو یا مقدارونو تر منځ نسبت له هغه عدد څخه عبارت دی چې وښیي لومړی کمیت د دویم کمیت څو برابره دی یا یو کمیت د بل کمیت څومره برخه ده او یا دویم کمیت څوځلې په لومړي کمیت کې شامل دی.

د دوو عددونو نسبت عموماً دکسري کرښې یا : او ÷ نښو په واسطه ښیي.

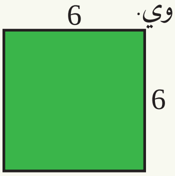
مثال: کولای شو د 5 پر 3 نسبت د 5÷3، $\frac{5}{3}$ یا 5:3 په ډول وښيو.

تمرین

1- د یوې دایرې 4 پر 7 برخې نسبت د یوې دایرې د 16 پر 28 برخې له نسبت سره پرتله کړئ.

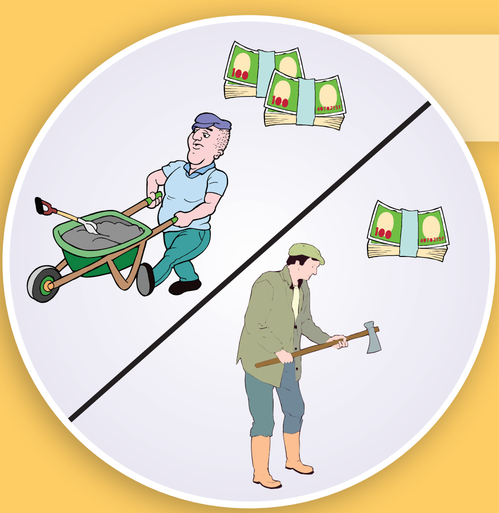
2- که چېرې د یوه ټولګي د لومړي ګروپ د زده کوونکو شمېر 25 تنه او د دویم ګروپ شمېر 40 تنه وي، د دویم ګروپ د زده کوونکو شمېر پر لومړی ګروپ باندې پیدا کړئ.

3- یوه مربع د 3 واحده په اوږدوالی سره داسې رسم کړئ چې د دویمې مربع ضلعې د اوږدوالي نسبت د لومړی (د لاندې رسم شوې مربعې) په ضلعې باندې له $\frac{1}{2}$ سره برابره وي.



د دویمې مربع د محیط نسبت د لومړی مربع په محیط باندې او د دویمې مربع د مساحت نسبت د لومړی مربع په مساحت باندې پیدا کړئ.

په متناسبو اجزاو باندې ویشل
Proportional division



دوه ورونه په ګډه یوه ودانۍ جوړوي. که چېرې یو یې له بل څخه زیات کار کړی وي، آیا فکر کوئ چې دواړو ته باید په یوه اندازه اجوره ورکړه شي؟
څرنګه پیداکولای شو چې هر یوه ته باید څومره پیسې ورکړشي؟

فعالیت

یوه ورځ د یوه ټولګي زده کوونکو پرېکړه وکړه چې میله وکړي. یوه زده کوونکي وویل زه درې دانې هګۍ او څلور دانې منۍ راوړم. ټولو وویل موږ هم همدا شیان راوړو. یعني پرېکړه یې وکړه چې له هرو درېو هګیو سره څلور دانې منې راوړي.

• لاندې جدول بشپړ کړئ.

هګۍ	3	6	9
منې	4		
د هګیو او منو مجموعه	7		

• د هګیو د شمېر نسبت د هګیو او منو د مجموعې پر شمېر باندې په پورته هر یوه حالت کې پیدا کړئ.

• د نسبتونو په منځ کې یې څه ډول اړیکه موجوده، ده؟

له پورته فعالیت څخه پایله په لاس راځي چې: دوه مقداره هغه وخت سره متناسب دي. چې د هر مقدار نسبت په مجموعه د هم هغو دوو مقدارو باندې تل یو ثابت عدد وي. له دې پایلې څخه کولای شو د پوښتنو په حل کې کار واخلو.

فعالیت

د یوې مستطیل ډولې ځمکې د اوږدوالی او سور نسبت 4 پر 3 دی. که چیرې ددې ځمکې محیط 280 متره وي مساحت یې څو متره مربع دی؟
ددې پوښتنې ځواب لپاره مخامخ جدول بشپړ کړئ:

	نسبتی مقدار	واقعی مقدار
اوږدوالی	4	
سور	3	
محیط		280
مساحت		

ددې لپاره چې یو عدد په راکړ شوو نسبتونو باندې وویشو،
لومړی د راکړل شوو نسبتونو دجمعې حاصل په لاس راوړو، وروسته له هغه مفروض عدد د جمعې په حاصل باندې ویشو او د وېش حاصل یې د نسبتونو په هر یوه عدد کې ضربوو. کوم عددونه چې لاس ته راځي، د راکړ شوو نسبتونو اړوند عددونه دي.

مثال: غواړو چې 27000 افغانی د احمد او مسعود ترمنځ د 2 پر 3 په نسبت وویشو.
لومړی لاندې جدول بشپړ کړئ.

احمد	مسعود	مجموعه
2	3	5
x	y	27000

د احمد برخه: $x=\frac{27000}{5}\times 2=5400\times 2=10800$

د مسعود برخه: $y=\frac{27000}{5}\times 3=5400\times 3=16200$

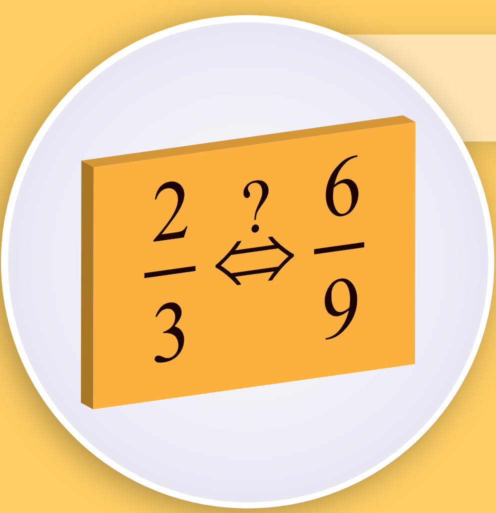
تمرین

1- که چیرې د دوو عددونو نسبت $\frac{3}{5}$ او دویم عدد یې 25 وي، بل عدد یې معلوم کړئ.

2- دوه تنه په ګډه کار کوي چې د هغو د پیسو مجموعه 280 افغانی او نسبت یې $\frac{3}{4}$ دی. آیا پیدا کولای شئ چې لومړي تن او دویم تن هر یوه څو افغانی اخیستي دي.

3- د$\overline{AB}$ د ټوټه کرښې اوږدوالی 32cm دی د M ټکی داسې وټاکئ چې نوموړی ټوټه کرښه د $\frac{AM}{BM}=\frac{3}{5}$ په نسبت وویشي د $\overline{AM}$ او$\overline{BM}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

4- 320 منه غنم په دریو تنو بزګرانو باندې د 7،9 او 5 په نسبت وویشئ.



تناسب
Proportion

- د $\frac{3}{5}$ په نسبت کې څو عددونه وينئ؟
- د $\frac{2}{3}$ او $\frac{6}{9}$ نسبتونو ترمنځ څه ډول اړيکه شته؟

کولای شئ يو بل نسبت راوړئ چې له پاسنيو نسبتو سره مساوي وي.

فعاليت

د پنسل پاکونو او قلمونو د شمېرو نسبت 3 پر 4 دی.

1- د پنسل پاکونو د شمېر او قلمونو د شمېر د نسبت په پام کې نيولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ:

د پنسل پاکونو شمېر	3	6
د قلمونو شمېر	4	
نسبت		

- د پنسل پاکونو د شمېر نسبت پر قلمونو باندې په هر يوه درکړشوي نسبت کې يو له بله سره پرتله کړئ.
- د نسبتونو په پورته مساوات کې يعنې $3:4=6:8$ دکومو جوړو عددونو د ضرب حاصل يو له بل سره مساوي دی؟ ولې؟

هغه وخت څلور مقداره يو تناسب جوړوي چې د لومړي او دويم مقدار نسبت د دريم او څلورم مقدار له نسبت سره مساوي وي.

مثال: په لاندې نسبتونو کې مساوي نسبتونه وښياست:

$\frac{5}{8}, \frac{9}{6}, \frac{3}{6}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

حل: که چيرې د $\frac{3}{6}$ صورت او مخرج اختصار کړو، يعنې د هغه صورت او مخرج په 3 ووېشو $\frac{1}{2}$ لاس ته راځي. نو ويلای شو چې دواړه نسبتونه يو له بله سره مساوي دي.

$$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$$

په راکړل شوو نسبتونو کې داسې یو نسبت پیداکولای نشو چې له $\frac{5}{8}$ سره مساوي وي.

تعریف

د دوو نسبتونو مساواتو ته تناسب وايي، مثلاً $\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$ یو تناسب دی چې د $\frac{5}{8}$ او $\frac{10}{16}$ نسبتونو څخه لاس ته راغلی دی.

پورتنی تناسب په لاندې شکل هم لیکلای شو:

$$5 : 8 = 10 : 16$$

دلته د لومړي نسبت صورت او دویم نسبت مخرج د طرفینو په نامه یادوي همدارنگه د لومړي نسبت مخرج او دویم نسبت صورت د وسطینو په نامه یادوي.

$$5 : 8 = 10 : 16$$

تمرین

1- په لاندې نسبتونو کې کومه جوړه یو له بله سره یو تناسب جوړوي؟

$a)\ \frac{3}{8}\ ,\ \frac{12}{30}$　　$c)\ \frac{7}{3}\ ,\ \frac{35}{15}$

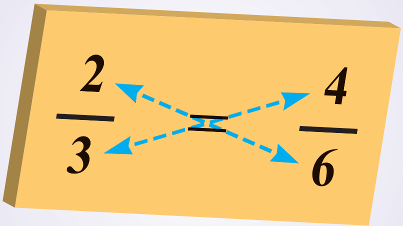
$b)\ \frac{2}{5}\ ,\ \frac{40}{100}$　　$d)\ \frac{49}{35}\ ,\ \frac{7}{5}$

2- د یوه تناسب درې حده درکړل شوي دي، نامعلوم حد یې پیدا کړئ.

a) $\frac{2}{6}=\frac{5}{\square}$　　b) $\frac{14}{8}=\frac{7}{\square}$　　c) $\frac{1}{3}=\frac{2}{\square}$

d) $\frac{\square}{9}=\frac{3}{27}$　　e) $\frac{\square}{8}=\frac{6}{12}$　　f) $\frac{\square}{14}=\frac{21}{7}$

د تناسب خواص
Properties of proportion



• څلور عددونه داسې وټاکئ چې یو تناسب جوړ کړي.
• په جوړ شوي تناسب کې دعددونو تر منځ څه ډول اړیکه پیداکولای شئ؟

فعالیت

د درکړشوو قیمتونو په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	a . d	b . c
4	12	2	6	$\frac{4}{12}$			
5	20		8		$\frac{2}{8}$	40	

• د $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ په تناسب کې a او d او همدارنګه b او c په څه نامه یادیږي؟
• د پورته جدول په کارولو سره د درکړ شوو عددونو تر منځ اړیکې وواياست.

په عمومي توګه ویلای شو:

لومړی خاصیت: دوه مساوي نسبتونه یو تناسب جوړوي د طرفینو او وسطینو د ضرب حاصل یې یو له بله سره مساوي دي.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

مثال: د طرفینو او وسطینو تر منځ د خاصیت په کارولوسره په لاندې تناسب کې نامعلوم جز پیدا کړئ:

حل:

$$\frac{2}{5}=\frac{\square}{12}$$

$$2 \times 12 = 5 \times \square$$

$$\square = 24 \div 5 = 4.8$$

فعالیت

د درکړ شوو قیمتونو په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{d}$	$\frac{d}{b}$	$\frac{c}{a}$
3	4	6	8	$\frac{3}{4}$					
9	12	21	28			$\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$			

• د پورته جدول له مخې د درکړ شوو عددونو تر منځ اړیکې وواياست.

په عمومي توګه ویلای شو:

دویم خاصیت: که چیرې په یوه تناسب کې د وسطینو ځایونه بدل شي یو نوی تناسب لاس ته راځي.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c}=\frac{b}{d}$$

دریم خاصیت: که چیرې په یوه تناسب کې د طرفینو ځایونه سره بدل کړو، یو نوی تناسب جوړیږي.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b}=\frac{c}{a}$$

مثال: د یوه مستطیل د اوږدوالي او سور نسبت $\frac{4}{3}$ دی. ددې مستطیل اوږدوالی او سور دوه برابره کوو، د نوي مستطیل د اوږدوالي او سور نسبت څومره دی؟ آیا د دواړو مستطیلونو د اوږدوالی او سور نسبتونه یو تناسب جوړوي؟

حل: د نوي مستطیل د اوږدوالي او سور نسبت $\frac{8}{6}$ دی. $\frac{4}{3}=\frac{8}{6} \Rightarrow 4\times6=8\times3$

څرنګه چې د مستطیلونو د اوږدوالي او سور نسبتونه یو له بل سره مساوي دي، یعني $\frac{4}{3}=\frac{8}{6}$ دی، نو ددې مستطیلونو د اوږدوالی او سور نسبتونه یو تناسب جوړوي.

فعالیت

د درکړشوو قیمتونو له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{d}{c}$
2	3	8	12	$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{2}$	
6	9	10	15		$\frac{10}{15}$		

• د پورتني جدول له مخې ددرکړشوو عددونو ترمنځ اړيکه ووياياست.

په عمومي توګه ويلای شو:

ځلورم خاصيت: که چيرې دوه نسبتونه يو تناسب جوړ کړي، د هغو سرچپه (معکوس) هم يو تناسب جوړ وي.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$$

فعاليت

د درکړل شوو قيمتونو له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a+b}{b}$	$\frac{c+d}{d}$	$\frac{a-b}{b}$	$\frac{c-d}{d}$
6	9	12	18	$\frac{6}{9}$		$\frac{6+9}{9}$			
12	18	24	36		$\frac{24}{36}$				

• د $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ د تناسب له مخې د درکړل شوو عددونو ترمنځ رابطه (اړيکه) ووياياست.

پنځم خاصيت: که چيرې دوه نسبتونه يو تناسب جوړ کړي او د هر نسبت مخرج له صورت سره جمع او حاصل يې پر مخرج وليکو بيا هم يو تناسب لاس ته راځي.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

شپږم خاصيت: که چېرې په يو تناسب کې د هر نسبت مخرج له صورت څخه تفريق او حاصل يې پر مخرج وليکو آيا کوم نوی تناسب جوړيږي؟ د مثال په واسطه يې څرګند کړئ.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

فعالیت

د درکړل شوو قیمتونو له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a+c}{b+d}$
1	2	7	14		$\frac{7}{14}$	
3	4	6	8			$\frac{3+6}{4+8}$

• د $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ د تناسب له مخې د درکړ شوو عددونو تر منځ رابطه ووایاست.

اووم خاصیت: که چیرې په یوه تناسب کې صورتونه یو له بله سره جمع او په صورت کې او مخرجونه یو له بل سره جمع او په مخرج کې ولیکل شي، نو نوی نسبت منځ ته راځي چې له هر راکړل شوي نسبت سره مساوي دی.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+c}{b+d}$$

مثلاً:

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}\Rightarrow\frac{3+6}{4+8}=\frac{9}{12}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{9}{12}\Rightarrow 3\times12=4\times9$$

$$\frac{6}{8}=\frac{9}{12}\Rightarrow 6\times12=9\times8$$

تمرین

1- لاندې مساواتونه په درکړل شوو عددونو کې وښایاست:

• که چیرې $a=10$ ، $b=5$ ، $c=30$ او $d=15$ وي: $\frac{b}{a-b}=\frac{d}{c-d}$

• که چیرې $a=8$ ، $b=9$ ، $c=32$ و $d=36$ وي: $\frac{b}{a+b}=\frac{d}{c+d}$

2- که چیرې $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ وي څرنګه کولی شو د تناسب د خاصیت په کارولو سره چې $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$ تناسب په لاس راوړو؟

د تناسب ډولونه

1- مستقیم تناسب Direct proportion

- د ټولګی ځارونکی د لاسي کارونو د جوړولو لپاره هر زده کوونکي ته 2 بستې رنګه کاغذ ورکوي. که چېرې اتم ټولګی 20 زده کوونکي ولري څو بستو رنګه کاغذ ته اړتیا ده تر څو ټولو زده کوونکو ته یې ورکړي؟

فعالیت

د یو کیلوګرام او 10 کیلوګرامه بورې د بیې په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ

5 کیلو ګرامه	4 کیلو ګرامه	3 کیلو ګرامه	2 کیلو ګرامه	1 کیلو ګرام	اندازه (مقدار)
				50 افغانۍ	بیه

6 کیلو ګرامه	7 کیلو ګرامه	8 کیلو ګرامه	9 کیلو ګرامه	10 کیلو ګرامه	اندازه (مقدار)
				500 افغانۍ	بیه

- د بورې د اندازې په زیاتېدو سره د هغې بیه څه ډول بدلون مومي؟
- د بورې د اندازې په لږېدو سره دهغې بیه څه ډول بدلون کوي؟
- د بورې د اندازې او بیې ترمنځ څه ډول اړیکه وجود لري؟

له پورته فعالیت څخه ویلی شو چې:

د بورې اندازه د هغې له بیې سره مستقیمه اړیکه لري یعنې، په هره اندازه چې بوره زیاته شي بیه یې هم زیاتیږي او په هر اندازه چې بوره کمه شي بیه یې هم کمیږي.

تعریف

په عمومي توګه ویلای شو:

که چېرې په یوه تناسب کې د لومړي مقدار په زیاتیدو دویم مقدار هم زیات شي او یا که چېرې لومړی مقدار کم او دویم مقدار هم کم شي دغه ډول تناسب ته مستقیم تناسب وایي او نوموړي مقدارونه یو له بل سره مستقیما متناسب دي.

مثال: که چېرې د 8 قطیو اورلګیت بیه 8 افغانۍ وي د 62 قطیو بیه به څو افغانۍ وي؟

حل: که چېرې د 62 قطیو اورلګیت بیه m افغانۍ وي. څرنګه چې د اورلګیت د قطیو شمېر دهغو له بیې سره مستقیماً متناسب دي. نو دا یو مستقیم تناسب دی.

اورلګیت	بیه
8	8
62	m

$$\frac{8}{62}=\frac{8}{m}$$

$$m=\frac{8\times 62}{8}=62 \text{ افغانۍ}$$

تمرین

1- د 12 تنو کارکوونکو اجوره 480 افغانۍ ده د 10 تنو اجوره پیدا کړئ. (د ټولو کار کوونکو اجوره برابره ده)

2-که چېرې یو تن کارکوونکی په 5 ورځو کې 125 افغانۍ اجوره واخلي، د هغه د 18 ورځو اجوره څو افغانۍ کیږي؟

3- که چېرې د 3 مترو ټوکر د رانیولو لپاره 33,75 افغانیو ته اړتیا وي. د 15 مترو ټوکر رانیولو ته به څو افغانۍ په کار وي؟

2- معکوس تناسب
Indirect proportion

• د ټولګي ښاروندکی له پاکولو وروسته غواړي چې ټولګی منظم کړي. که چیرې یو زده کوونکی ټولګی په 60 دقیقو کې پاک کړي. 6 زده کوونکي یې په څو دقیقو کې پاکولی شي؟

فعالیت

که چیرې یو رنګمال یوه کوټه په څلورو ورځو کې رنګ کړي، نو که په یوې یا دوو ورځو کې مو په کار وي څو رنګمالانو ته اړتیا ده؟

د پوښتنې د ځواب لپاره لاندې جدول د درکړل شوو قیمتونو په پام کې نیولو سره بشپړ کړئ:

په ورځو کې سرته رسېدلی کار	4 ورځې	2 ورځې	1 ورځ
د کارکوونکو شمېر	1		

• د ورځو په لږېدو سره د کارکوونکو شمېر زیاتېږي او که کمېږي؟

• د کار په سرته رسیدو سره د ورځو د شمېر او کارکوونکو تر منځ څه ډول اړیکه وجود لري؟

تعریف

که چیرې په یو تناسب کې د یوه کمیت مقدار زیات او باالمقابل د بل کمیت مقدار کم شي او یا د یوه کمیت مقدار کم او د بل کمیت مقدار زیات شي، دا تناسب د معکوس تناسب په نامه یادیږي، یعني د لومړی کمیت او دویم کمیت ترمنځ معکوسه اړیکه یا رابطه وجود لري.

مثال: 20 تنه یو جومات په 51 ورځو کې جوړوي که چېرې وغواړو چې دا جومات په 10 ورځو کې جوړ شي، نو څو تنو کارکوونکو ته اړتیا ده؟

حل: دا تناسب معکوس دی، ځکه چې د لږو ورځو لپاره زیاتو کارکوونکو ته اړتیا شته.

1/ورځ	تنه
$\frac{1}{15}$	20
$\frac{1}{10}$	m

$$\frac{20}{m}=\frac{\frac{1}{15}}{\frac{1}{10}}=\frac{10}{15}\quad,\quad \frac{20}{m}=\frac{10}{15}\quad,\quad m=\frac{20\times 15}{10}=30$$

یعني 30 تنو ته اړتیا شته

تمرین

1- د اوبو څلور نله یو حوض په 8 ساعتو کې ډکوي، 5 نله به نوموړي حوض په څو ساعتونو کې ډک کړي؟ (د نلونو قطرونه یو له بله سره مساوي دي)

2- یو موټر په یو ساعت کې د 50 کیلومترو په چټکتیا سره لاره وهي او د دوو ښارونو تر منځ واټن په 3 ساعتونو کې وهي که چېرې د یو بل موټر چټکتیا په یوه ساعت کې 75 کیلو متره وي، نوموړو ښارونو تر منځ واټن به په څو ساعتونو کې ووهي؟

مرکب تناسب
compound proportion

$$\frac{5}{3} = \frac{25}{15} = \frac{30}{18}$$

• تناسب په څو ډوله دی؟
• کیدای شي یو تناسب یوازي مستقیم او یا معکوس وي آیا داسي یو تناسب پېژنئ چي په عین وخت کي هم مستقیم او هم معکوس وي؟

فعالیت

د چای دوه کاچوغي شربت د اوبو په یو ګیلاس کي له مخامخ شکل سره سم حل کړئ، د هر ګیلاس د اوبو او شربت نسبت 1 پر 2 دی. د مخامخ شکل جګک د 2 ګیلاسونو اوبو ځای لري. د شکل سره سم د چای خوړلو 4 کاچوغي شربت په هغه کي حل شوی دي، ایا د ګیلاس او جګک خوږوالی په یوه اندازه دی؟
لاندي جدول داسي بشپړ کړئ:

د ګیلاسونو شمېر	1	2	3	4
د کاچوغو شمېر	2		6	

• د اوبو دګیلاسونو د شمېر او د شربت د کاچوغو د شمېر نسبت ولیکئ.
• ددي نسبتونو ترمنځ څه ډول رابطه شته؟

له پورته فعالیت څخه ویلی شو:
په هر اندازه چي د اوبو د ګیلاسونو شمېر زیات یا لږ شي، د شربت د کاچوغو شمېر متناسباً بدلون کوي، تر څو د $\frac{1}{2}$ نسبت ثابت پاتي شي. له دي امله پورتنی جدول د تناسب یو جدول دی.

یادونه: د تیر مخه پورته خوا مستقیم او کښته خوا ته د معکوس تناسب په معني په کار وړل شوی دی.

لومړی مثال: 5 تنه کارکوونکي د 4 ورځو لپاره 80000 افغانی مزدوري اخلي. 8 تنه به د 6 ورځو کار لپاره څو افغانی مزدوري واخلي؟

حل: څرنګه چې د نسبتونو تر منځ رابطه مستقیمه ده نو لاندې جدول جوړوو.

د تنو شمېر	ورځې	مزدوری
5	4	80000
8	6	x

$$\frac{5}{12}=\frac{80000}{x} \quad , \quad \frac{4\times 5}{6\times 8}=\frac{80000}{x}$$

$$x=192000$$

دویم مثال: که چیرې 10 تنه یو کانال، چې اوږدوالی یې 12 متره دی، په 8 ورځو کې وکني نو 5 تنه هغه ته ورته کانال چې اوږدوالی یې 15 متره دی، په څو ورځو کې کنلای شي.

حل: څرنګه چې متحول یعني د ورځو شمېر د تنو له شمېر سره معکوس تناسب او د کانالونو له اوږدوالي سره مستقیم تناسب لري، نو په لاندې ډول یې حلوو:

د تنو شمېر	اوږدوالی	ورځې
10	12	8
5	15	x

$$\frac{8}{x}=\frac{12\times 5}{15\times 10} \quad , \quad x=\frac{8\times 15\times 10}{12\times 5}$$

$$x=20$$

تعریف

له دوو څخه د زیاتو نسبتونو مساوي والي ته مرکب تناسب ویل کیږي، په مرکب تناسب کې د لومړي نسبت صورت او د نورو نسبتونو مخرجونه طرفین، د لومړي نسبت مخرج او د نورو نسبتونو صورتونو ته د تناسب وسطین ویل کیږي.

لکه:

$$\frac{2}{3}=\frac{6}{9}=\frac{18}{27}$$

$6, 9 \rightarrow$ وسطین

$18, 27 \rightarrow$ طرفین

تمرین

1- که چیرې 24 تنه بزګران د و رځې 8 ساعته کار وکړي، یوه ځمکه چې 2000 متر مربع پراخوالی لري په 20 ورځو کې په بیلونو اړوي. که چیرې 40 تنه بزګران د ورځې 12 ساعته کار وکړي یوه بله ټوټه ځمکه چې 3000 متر مربع پراخوالی لري په څو ورځو کې په بیل واړوي؟

2 - که چیرې د 4200 کیلو ګرامو غنمو د وړلو لپاره د 810 کیلو مترو په واټن 500 افغانیو ته اړتیا وي د 6000 کیلو ګرام غنمو وړلو لپاره د 630 کیلو متر په واټن څو افغانیو ته اړتیا ده؟

فيصد
Percentage

$$\frac{15}{11} = \frac{100}{x}$$

زمونږ ښوونځي 15 لوبې سر ته رسولي خو 11 لوبې يې گټلي دي خو د بل ښوونځي ټيم 12 لوبې سر ته رسولي 10 لوبې يې گټلي دي.
ستاسو په نظر کوم ټيم زياتي لوبې گټلي دي؟

فعاليت

تيل	اوبه
80	20
100	x

که چېرې په 80 ليترو تيلو کې 20 ليتره اوبه گډې وي نو په 100 ليترو کې څو ليتره اوبه گډې دي؟

- د پورته رابطو يا قيمتونو په پام کې نيولو سره تناسب جوړ کړئ.
- د طرفين او وسطين د خاصيت په کارولو سره د x قيمت پيدا کړئ.
- ووايــاست چې په 100 ليترو کې څو فيصده اوبه شته؟

لومړی مثال: يوه سړي په بانک کې 45000 افغانۍ کېښودلې. له څه وخت وروسته يې 900 افغانۍ گټه وکړه. نوموړي سړي له خپلې اصلي سرمايې څخه څو فيصده گټه اخستې ده؟

حل:

سرمايه	گټه
45000	900
100	x

$$\frac{45000}{100} = \frac{900}{x}$$

$$x = \frac{900 \times 100}{45000} = \frac{90000}{45000} = \frac{90}{45} = 2\%$$

د مثال له حل څخه پوهيږو چې نوموړي سړي په هر 100 افغانيو کې 2 افغانۍ يا 2% گټه کړې ده.

دویم مثال: د پوهنتون دکانکور په آزموینه کې د حبیبیې د لیسې له 320 تنو فارغانو څخه 256 تنه بریالي او د شیرشاه سوري د لیسې له 400 تنو فارغانو څخه 300 تنه بریالی شوي دي. وبلاى شئ چې له نوموړو ښوونځیو څخه په ازموینه کې کوم یوه ښوونځي زیات بریالی ورکړي دي؟
د بریالیو زده کوونکو سلنه (فیصدي) څو ده؟

حل:

بریالي	فارغان
256	320
x	100

د حبیبیې د لیسې د بریالیو فیصدي: $\frac{256}{x}=\frac{320}{100}\ ,\ x=\frac{256\times 100}{320}=\frac{2560}{32}=80\%$

بریالي	فارغان
300	400
x	100

د شیرشاه سوري د بریالیو فیصدي: $\frac{300}{x}=\frac{400}{100}\ ,\ x=\frac{300\times 100}{400}=\frac{300}{4}=75\%$

نو وبلاى شو چې د کانکور په ازموینه کې د حبیبیې لیسې نسبت د شیر شاه سوري لیسې ته زیات بریالی ورکړي دي.

تعریف

فیصدي د داسې کسر ښودنه ده چې په مخرج کې یې 100 وي. د فیصدي د ښودلو لپاره د % نښې څخه کار اخیستل کیږي.

تمرین

1- یو هټیوال په یوه میاشت کې دوه واري مالونه راوړي دي. لومړی وار یې د 25000افغانیو په پانګې 800 افغانی ګټه کړې ده او دویم وار یې د 10000 افغانیو په پانګې، 330 افغانی ګټه کړې ده. نوموړي هټیوال کوم واري نظر سرمایې ته زیاته ګټه کړې ده؟

2- رحیم د ریاضي په مضمون کې له 57 نمرو څخه 60 نمرې لاس ته راوړې، د ریاضي په مضمون کې د رحیم د نمرو فیصدي په لاس راوړئ؟

3- په لاندې مساواتونو کې کوم یو یې سم دی؟ هغه چې سم نه دي صحیح نسبت یې ولیکئ.

$$50\%=\frac{1}{2}\ ,\ \frac{111}{1000}=11\%\ ,\ \frac{21}{100}=21\%\ ,\ 4\%=\frac{4}{100}\ ,\ 30\%=\frac{30}{50}$$

احدیت یا واحد
Unitary

- که چېرې په عمومي توګه د یوه جنس د څو شیانو یا دانو قیمت درکړ شوی وي. څرنګه کولای شو د هغه د یوې داني قیمت پیدا کړو؟
- که چېرې د یوه قلم قیمت درکړل شوی وي آیا د هغه د څو دانو قیمت پیدا کولای شو؟

فعالیت

یو ګنډونکی د یو شمېر کمېسونو نسبت چې په څو ورځو کې یې ګنډلي $\frac{28}{4}$ دی یعني داګنډونکی 28 کمېسونه په 4 ورځو کې ګنډلي په یوه ورځ کې به څو کمیسونه وګنډلي؟

د پورته وینا له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ:

x	28	د کمیسونو شمېر
1	4	ورځې
		نسبت

- د پورته جدول څخه له مخې تناسب جوړ کړئ.
- د طرفین او وسطین له خاصیت څخه په کار اخیستنې د x قیمت پیدا کړئ.

په پایله کې ویلای شو که چېرې د څو شیانو قیمت راکړل شوی وي کولای شو د یوې دانې قیمت پیدا کړو.

لومړی مثال: د خاورو د تیلو د یوه بیرل (200لیترو) بیه 40000 افغانۍ ده د هغه د یوه لیتر بیه پیدا کړئ.

لیتر	افغانۍ
200	40000
1	x

$$\frac{200}{1} = \frac{40000}{x}$$

$$200x = 40000$$

$$x = \frac{40000}{200} \quad , \quad x = 200$$

دویم مثال: د پنسل یو درجن (12 دانې) قلمونه په 240 افغانیو را نیول شوی دی د هغه د 7 دانو قیمت څو افغانۍ کیږي؟

لومړی د یوه قلم قیمت پیدا کوو.

د پنسل د قلمونو شمېر	افغانۍ
12	240
1	x

$$\frac{12}{1}=\frac{240}{x}$$

$$12x=240$$

$$x=\frac{240}{12} \quad , \quad x=20$$

نو د 7 دانو قیمت عبارت دی له:

$$20\cdot 7=140$$

د سوداګرۍ په ډېرو راکړو ورکړو کې د جنسونو اوشیانو پلورل او پیرودل د درجن او د ستې په توګه کیږي کله ناکله اړتیا پیداکیږي چې د هغو د یوه یا څو دانو قیمت پیداکړو. ددې عمل د سرته رسولو لپاره له داسې طریقې څخه کار اخیستل کیږي چې احدیت بلل کیږي او داسې یې تعریفوو:

تعریف

احدیت د مستقیم تناسب د محاسبې یوه داسې طریقه ده چې لومړی د اړوند نسبت څخه د هغه د یوه واحد قیمت پیداکوو او بیا یې په راکړشوي مقدارکې ضربوو.

تمرین

1- 2 متره ټوکر 300 افغانۍ بیه لري. لومړی د هغه د یوه متر بیه پیدا کړئ او بیا وواياست چې د 17 مترو بیه څو افغانۍ کیږي؟

2- د یو جنس د 60 کیلو ګرام د وړلو لګښت 2400 افغانۍ کیږي لومړی د هغه د یوه کیلو ګرام د وړلو لګښت پیدا او بیا وواياست چې د 35 کیلو ګرام د وړلو یې څو افغانۍ کیږي؟

تخفیف
Discount

ځيني وختونه به پلورنځي ته تللي یاست او دا اعلانونه به مو لیدلي یا اوریدلي وي:

- د پسرلنیو جامو په بیه کې 10% تخفیف.
- د سیم کارت په بیه کې 50% تخفیف.
- په اجناسو کې 15% تخفیف

فعالیت

یو زده کوونکی د کیسو د کتاب د اخیستلو لپاره د کتابونو پلورنځي ته ځي د کتاب بیه 60 افغانۍ ده نوموړی زده کوونکی 55 افغانۍ لري. کتاب پلورنکی نوموړی کتاب په زده کوونکي باندې په 55 افغانیو پلوري.

- زده کوونکي دا کتاب له اصلي بیې څخه څو افغانۍ ارزانه اخیستی دی؟
- د کتاب له اصلي بیې څخه یې څو فیصد لرې ورکړي دي؟
- که چیرې دا فیصد د کتاب په بیه کې ضرب شي کوم عدد را ښیې؟

ویلی شو په هر اندازه چې زده کوونکي کتاب له اصلي بیې څخه ارزان اخیستی دی د کتاب تخفیف بلل کیږي.

لومړی مثال: د میوې د اوبو ماشین 4000 افغانۍ بیه لري او د 8% په تخفیف پلورل کیږي د پلورلو بیه یې پیدا کړئ.

حل:

قیمت	بیه
8	100
x	4000

$$تخفیف = 4000 \times \frac{8}{100} = 40 \times 8 = 320$$

$$د\ پلورلو\ بیه = 4000 - 320 = 3680\ افغانۍ$$

دويم مثال: يو تن يو جنس، چې اصلي بيه يې 3000 افغانۍ ده له تخفيف وروسته يې په 2895 افغانيو واخيست معلوم کړئ چې نوموړي اخيستونکي څو فيصده تخفيف اخيستی دی؟

حل: لومړی ټول تخفيف په لاندې ډول په لاس راوړو:

$$3000-2895=105$$

ټول تخفيف 105 افغانۍ دي اوس د تناسب په مرسته د 100 تخفيف پيدا کوو.

بيه	تخفيف
3000	105
100	x

$$\text{تخفيف}=100\times\frac{105}{3000}=\frac{10500}{3000}=3.5\%$$

$$\text{تخفيف}=3.5\%$$

تعريف

هغه پيسې چې سوداګران يې د سيالۍ او د خپلو مشتريانو د جذب لپاره له اصلي بيې څخه کموي. تخفيف بلل کيږي. ددې تخفيف فيصدي نسبت اصلي قيمت ته د تخفيف د فيصدۍ په نامه ياديږي.

تمرين

1- د يوه بايسکل اصلي بيه 5000 افغانۍ ده که چيرې پلورونکی خپل اخيستونکي ته 2% تخفيف ورکړي، د بايسکيل بيه پيدا کړئ.

2- که چېرې د يوې ګازي بخارۍ اصلي بيه 8000 افغانۍ وي، هټيوال د خپلې اړتيا لپاره هغه په 7600 افغانۍ وپلوري، تخفيف اود تخفيف فيصدي پيدا کړئ.

3- د يوه برقي جارو بيه 5730 افغانۍ ده او هغه د 3% په تخفيف پلورل کيږي. د پلورلو بيه يې پيدا کړئ.

ساده او مرکبه ربح
Simple and compound Intrest

یو هېتیوال په ملي بانک کې 1000 افغانۍ زېرمه کړې له یوه کاله وروسته یې خپلې پیسې بیرته واخیستلې، چې د اخیستل شوو پیسو اندازه یې 1100 افغانۍ وې د بانک له متصدي څخه یې وپوښتل چې دا 100 زیاتې شوې افغانۍ د څه شي دي؟

تعریف

هغه ګټه چې د فیصدۍ له مخې له یوې سرمایې څخه په یوه ټاکلي وخت او ټاکلي نرخ سره لاس ته راځي، د ساده ربحې یا Simple Interst په نامه یادیږي.
څرنګه چې ساده ربح له سرمایې او ټاکلي نرخ سره مستقیماً متناسب ده. یعنې:

$$\text{ربح} = \frac{\text{نرخ} \times \text{وخت} \times \text{سرمایه}}{100}$$

لومړی مثال: له یو کال وروسته د 8% نرخ له مخې د 5600 افغانیو ربح څو افغانۍ کیږي؟
حل:

$$\text{سرمایه} = 5600$$

$$\text{نرخ} = 8\% = \frac{8}{100}$$

$$\text{وخت} = \text{یو کال}$$

$$\text{ربح} = \frac{5600 \times 1 \times 8}{100} = 56 \times 8 = 448\ \text{افغانۍ}$$

دویم مثال: که چېرې له دوو کالو وروسته خپلې پیسې واخلې، سرمایه او ګټه دواړه به څومره وي؟
حل:

$$\text{ربح له دوو کالو وروسته} = \frac{5600 \times 8 \times 2}{100} = 896\ \text{افغانۍ}$$

فعالیت

لاندې جدول په پام کې ونیسئ:

د اصلي پیسو اندازه	د پیسو اندازه یې 1 کال وروسته	د پیسو اندازه یې 2 کاله وروسته	د پیسو اندازه یې 3 کاله وروسته	د پیسو اندازه یې 4 کاله وروسته
1000	1100	1210	1331	1464.1

- دهر کال د ګټو توپیر نسبت مخکني کال ته په یو جدول کې وښیاست.
- لاس ته راغلی توپیرونه ثابته اندازه لري او که نه؟
- دهر کال او مخکني کال د ګټو نسبت په یوه جدول کې وښیاست.
- آیا دا نسبتونه ثابت دي او که نه؟

تعریف

که چېرې د یوې پانګې ګټه د اصلي سرمایې له اندازې سره یو ځای شي او بیا ترې ګټه واخیستل شي هغه ګټه چې له دې پانګې څخه لاس ته راځي د مرکبې ربح په نامه یادیږي چې له لاندې رابطې څخه په لاس راځي. $P = A(1+r)^n$

دلته P پانګه له ګټې سره، A لومړی پانګه، r نرخ د فیصدي له مخې او n وخت په کال سره ښیي

مثال: د 2000000 افغانیو پانګه د کال په 10% ربح سره په بانک کې ایښودل کیږي د 5 کالو وروسته نوموړې پانګه څو افغانی کیږي؟

حل: قیمتونه په فارمول کې ایږدو:

$$A = 2000000,\quad r = 10\%,\quad n = 5,\quad P = ?$$

$$P = 2000000(1+\frac{1}{10})^5 = 2000000(1.1)^5$$

$$P = 2000000 \times 1.61051 = 3221020$$

$$P = 3221020$$

تمرین

1- احمد 4000 افغانی د 8% نرخ له مخې د مرکبې ربحې په توګه په خپل حساب کې سپما کړې ده. د کال په پای کې به ورته بانک څومره ګټه ورکړي؟

2- د 1500 افغانیو پانګې ګټه د 10% نرخ له مخې د 3 کلونو وخت لپاره څو افغانی کیږي؟

د دویم فصل مهم ټکي

• نسبت
د دوو همجنسو کمیتونو یا مقدارونو تر منځ نسبت له هغه عدد څخه عبارت دی چې وښيي لومړی کمیت د دویم کمیت څو برابره دی یا یو کمیت د بل کمیت څومه برخه ده او یا دویم کمیت څو ځلې په لومړي کمیت کې شامل دی.

• په متناسبو اجزاو ویشل
د یوه عدد د ویشلو لپاره په راکړ شوو نسبتونو، لومړی د راکړ شوو نسبتو د جمعې حاصل په لاس راوړو له هغه وروسته مفروض عدد په دې مجموعي باندې ویشو او د ویش حاصل يې په راکړ شوي هر یوه نسبت کې ضربوو لاس ته راغلي عددونه په راکړ شوي نسبتونو باندې د نوموړی عدد ویشل دي.

• تناسب
د دوو نسبتونو مساوات ته تناسب وايي.

• د تناسب خواص
1- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow a\cdot d=b\cdot c$

2- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

3- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \frac{d}{b}=\frac{c}{a}$

4- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$

5- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

6- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

7- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \frac{a+c}{b+d}$

8- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

• **د تناسب ډولونه**

1- **مستقیم تناسب**: که چېرې په یوه تناسب کې لومړی مقدار زیات او دویم مقدار یې هم ورسره زیات شي او یا که چېرې لومړی مقدار کم او دویم مقدار یې هم کم شي، دغه ډول تناسب ته مستقیم تناسب وایي.

2- **معکوس تناسب**: که چېرې په یوه تناسب کې د یوه کمیت مقدار زیات او باالمقابل د بل کمیت مقدار کم شي او یا د یوه کمیت مقدار کم او د بل کمیت مقدار زیات شي، دا تناسب د معکوس تناسب په نامه یادیږي.

• **مرکب تناسب**:

له دوو څخه د زیاتو نسبتونو مساوي والي ته مرکب تناسب ویل کیږي.

• **فیصد**

فیصد د داسې یوه کسر ښودونکی دی چې مخرج یې 100 وي.

• **احدیت**:

احدیت د مستقیم تناسب یوه داسې طریقه ده چې لومړی د اړوند نسبت څخه د هغه د یوه واحد قیمت پیداکوو او بیا په راکړ شوې مقدار کې زیاتوو.

• **تخفیف**:

هغه پیسې چې سوداګران یې د سیالۍ او د خپلو مشتریانو د جذب لپاره له اصلي بیې څخه کموي تخفیف بلل کیږي. ددې تخفیف فیصدي نسبت اصلي قیمت ته د تخفیف د فیصدي په نامه یادیږي.

• **ربح**

- **ساده ربح**: هغه ګټه چې د فیصدي له مخې له یوې پانګې څخه په یوه ټاکلې وخت او ټاکلې نرخ سره لاس ته راځي د ساده ربحې یا Simple Interst په نامه یادیږي.

- **مرکب ربح**: که چېرې د یوې سرمایې ګټه د اصلي سرمایې له اندازې سره یو ځای شي او بیا ګټې ته کېښودل شي، هغه ګټه چې له دې نوي پانګې څخه لاس ته راځي د مرکبې ربحې په نامه یادیږي.

$P = A(1+r)^n$

عمومي پوښتني

• د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي د سم ځواب څخه يې کرښه تاو کړئ:

1- د نسبت حاصل داسې يو عدد دی:

a) دو برابره b) مربع c) مجرد d) هيڅ يو هم نه دی

2- د فيصد نښه عبارت ده، له:

a) × b) ÷ c) + d) %

• تش ځايونه په مناسبو کليمو ډک کړئ.

1- په تناسب کې د لومړي نسبت صورت او دويم نسبت مخرج د .... په نامه او د لومړی نسبت مخرج د دويم نسبت صورت د .... په نامه ياديږي.

2- په مستقيم تناسب کې دواړه کميتونه په عين وخت کې .... يا .... کيږي.

3- هغه ګټه چې له يوې پانګې څخه په يوه ټاکلې .... او په يوه ټاکلي معين .... د يوې فيصدي له مخې لاس ته راځي د ساده.............................. په نامه ياديږي.

4- هغه کسر چې مخرج يې .... وي د .... په نامه ياديږي.

• لاندې يو شمېر جملې درکړ شوي دي، د سمې جملې مخې ته د (ص) توري او د ناسمې جملې مخې ته د (غ) توري وليکئ:

1- (   ) په يوه تناسب کې د لومړي نسبت صورت او دويم نسبت مخرج د طرفين په نامه او د لومړی نسبت مخرج د دويم نسبت صورت د وسطين په نامه ياديږي.

2- (   ) که چېرې د يوې پانګې ګټه له اصلي پانګې سره يو ځای او بيا ګټې ته کېښودل شي نوی پانګه چې په لاس راځي د ساده ربحې په نامه ياديږي.

3- (   ) فيصد داسې کسر دی چې مخرج يې 100 وي.

4- (   ) تخفيف مستقيم تناسب دی چې لومړي له اړوند نسبت څخه د يو واحد قيمت پيدا او بيا په راکړ شوي مقدار کې يې ضربوو.

5- (   ) د دوو تناسب مساوات ته نسبت وايي.

• لاندې تمرینونه حل کړئ.

1- د دوو ښوونځيو د زده کوونکو شمېر په ترتیب 720 او 810 تنه دي. د نوموړو ښوونځيو د زده کوونکو ترمنځ نسبت په لاس راوړئ.

2- په یوه بڼ کې 45 ونې د مڼو، 30 ونې د ناکو او 75 ونې د انارو دي. د درې واړو ونو ترمنځ نسبت پیدا کړئ.

3- د 3 مترو ټوکر د رانیولو لپاره 33,75 افغانیو ته اړتیا ده . نو د 15 مترو ټوکر رانیولو ته به څو افغانۍ په کار وي؟

4- 27 تنه یو رستورانت په 20 ورځو کې جوړ وي، که چېرې وغواړو چې دا رستورانت په 15 ورځو کې جوړ شي، د هغه لپاره څو تنه په کار دي؟

5- د ملالۍ د عالي لیسې په یوه ټولګۍ کې د 50 تنو په شمېر نجونې شاملې دي، د هغو ښوونکی غواړي په داسې دوو ګروپونو یې وویشي چې د هغو تر منځ نسبت $\frac{2}{3}$ وي. د هر ګروپ شمېر معلوم کړئ؟

6- 1200 متر مربع ځمکه 14 کسه په دې شرط چې 3 ساعته د ورځې کاروکړي په 8 ورو ځو کې بېل وهي، 1500 متر مربع ځمکه 10 کسه چې د ورځې 6 ساعته کار وکړي په څو ورځو کې بېل وهلی شي؟

7- د ښوونځی اداره له یوه کتاب پلورنکی څخه د 2560 افغانیو کتابونه را نیولی دي، د دې لپاره چې کتاب پلورنکی نوموړي اخیستونکی خپل پېرویدونکي (مشتري) وګرځوي د اصلي قیمت څخه 5 فیصده لږ افغانۍ اخلي معلوم کړئ چې د لیسې اداره څومره افغانۍ کتاب پلورونکي ته ورکړي دي؟

8- دوه سوداګر د 2540000 افغانیو په ګډې پانګې سوداګري کوي، د هغو د پانګې نسبت $\frac{3}{5}$ دی. د هر یوه پانګه پیدا کړئ؟

9- 12000 افغانۍ پانګه د کال 6 فیصده د مرکبې ربحې په ډول په بانک کې ایښودل کیږي د 4 کلونو د تیریدو وروسته نوموړې پانګه څو افغانۍ کیږي؟

10- که چېرې 1 کال مخکې د یوه کلي نفوس 600 تنه شمېرل شوي وي او د کلي نفوس د کال 3 فیصده زیات شوي وي د کلي اوسنی نفوس څو تنه دي؟

11- په یوه کال کې د 4800 افغانیو ګټه د 9 فیصد نرخ له مخې څو افغانۍ کیږي؟

دریم فصل

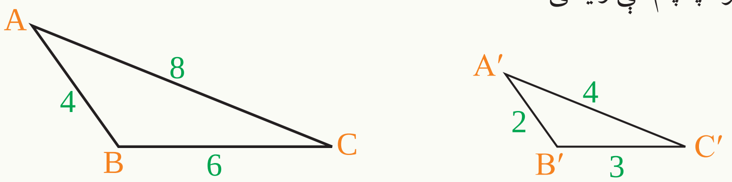
مشابهتونه

ورته شکلونه

آیا یوشکل مو په بېلو اندازو لیدلی دی؟
زموږ په شاوخواکې داسې شکلونه شته چې اندازې یې یو له بله سره مساوي نه وي، خو هم ډوله (هم شکله) وي، مثلاً د پغمان تاق ظفر، چې یویې لوی او بل یې کوچنې دی، خو د شکل له نظره یو بل ته ورته دي.

فعالیت

لاندې دوه مثلثونه په پام کې ونیسئ:

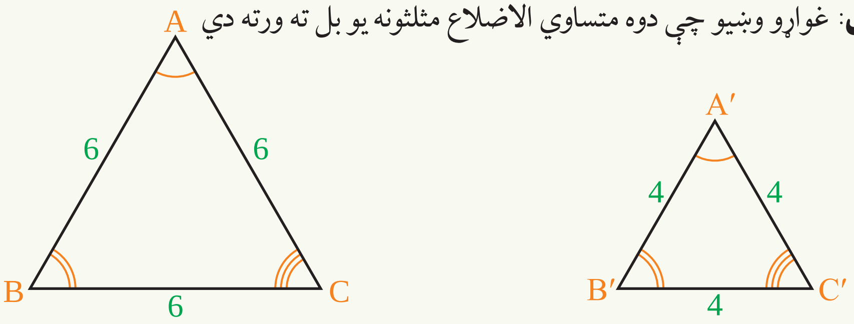


- آیا فکر کولای شئ چې پورته مثلثونه یو بل ته ورته دي؟
- که چېرې فکر کولای شئ چې مثلثونه یو بل ته ورته دي، دهغو هم ډوله ضلعې او هم ډوله زاویې وټاکئ.
- هم ډوله زاویې د نقالې په واسطه اندازه او پرتله یې کړئ، څه گومان کوئ؟
- د هم ډولو ضلعو نسبت حساب کړئ څه گومان کوئ؟

پورتنی فعالیت موږ ته راښیي، چې:

په ورته شکلونو کې هم ډوله زاویې یو له بله سره مساوي دي او د هم ډولو ضلعو نسبت د یو ثابت مقدار لرونکي دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والی نسبت وایي که چېرې دوه شکلونه داسې اړیکې ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته شکلونه د (~) نښې په واسطه ښیي.

مثال: غواړو وښيو چې دوه متساوي الاضلاع مثلثونه يو بل ته ورته دي



حل: زاويې يې يو له بل سره انطبا ق منونکي دي.

دضلعو ترمنځ تناسب وجود لري.

نو:

$$\hat{A} \cong \hat{A}' \ , \hat{B} \cong \hat{B}' \ , \ \hat{C} \cong \hat{C}'$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

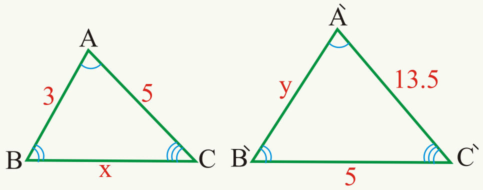
$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$$

تمرين

1- لاندې کومه يوه جمله تل سمه ده؟ دهري يوې لپاره مثال ووایاست.

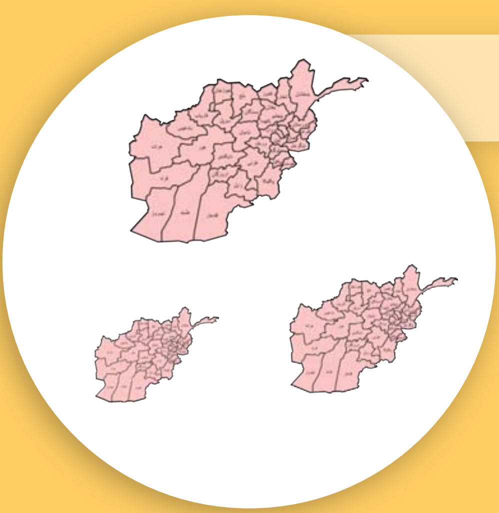
- دوه مربع ګانې تل يو بل ته ورته دي.
- دوه مثلثونه تل يو بل ته ورته دي.
- دوه مستطيلونه تل يو بل ته ورته دي .
- دوه متساوي الساقين مثلثونه تل يوبل ته ورته دي.
- دوې لوزې ګانې تل يوبل ته ورته دي.

2- د $A'B'C'$ او ABC مثلثونه يو بل ته ورته دي. د هغو زاويې تاکل شوي دي. د مخامخ ضلعو تر منځ يې نسبت وليکئ او وروسته د x او y اوږ دوالي پيدا کړئ.



3- دوه مشابه پنځه ضلعي ګانې رسم کړئ.

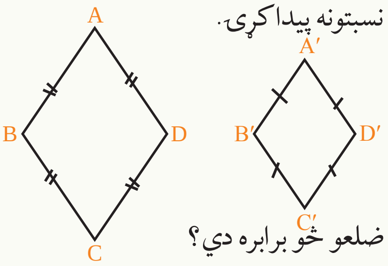
ورته (متشا به) مضلع ګاني



آیا دا درې واړه نقشې په یوه اندازه سره کوچنۍ شوې دي؟

فعالیت

د شکل په پام کې نیولوسره د خط کش په واسطه لاندې نسبتونه پیدا کړئ.



$\frac{BC}{B'C'}=\square$ $\frac{AB}{A'B'}=\square$

$\frac{AD}{A'D'}=\square$ $\frac{CD}{C'D'}=\square$

- د ABCD لوزي ضلعې د $A'B'C'D'$ د لوزي د ضلعو څو برابره دي؟
- د ABCD او $A'B'C'D'$ زاویې اندازه کړئ څه توپیر وینئ؟

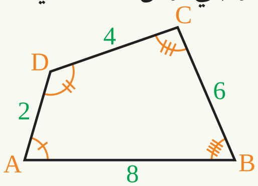
له پورته فعالیت څخه لیدل کیږي چې د دواړو شکلونو د هم ډولو ضلعو نسبت تل ثابت او یو له بله سره مساوي دي. همدا رنګه هم ډوله زاویې یو له بل سره مساوي دي. نو دا دوه شکلونه یوبل ته ورته دي، کله چې:

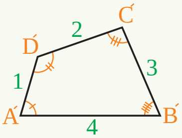
1- د راسونو شمېر يې مساوي دي.

2- په ورته مضلع ګانو کې ټولې زاویې یو په یو له یو بل سره انطباق منونکې وي.

3- د نو مورو مضلع ګانو هم ډوله ضلعې یوله بله سره متناسبې وي.

مثال: د ABCD او $A'B'C'D'$ په لاندې دوو مضلع ګانو کې ښیو چې یو بل ته ورته دي.





حل: په شکلونو کې لیدل کیږي، چې:

1- زاويې يو له بل سره برابري دي يعني:

$$\hat{A} \cong \hat{A}' \,,\, \hat{B} \cong \hat{B}' \,,\, \hat{C} \cong \hat{C}' \,,\, \hat{D} \cong \hat{D}'$$

2- د ضلعو تناسب شته، يعني:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{D'A'}} = 2$$

$$\frac{8}{4} = \frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2$$

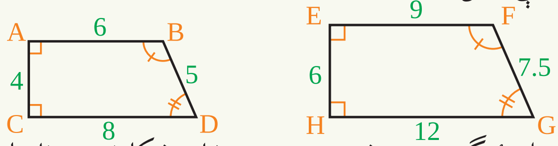
نو دا دواړه شکلونه یو بل ته ورته دي.

په پورته مثال کې د ورته والي نسبت 2 دی، یعني د ABCD د مضلع ضلعې د $A'B'C'D'$ دمضلع دضلعو دوه برابره دي، نو $ABCD \sim A'B'C'D'$

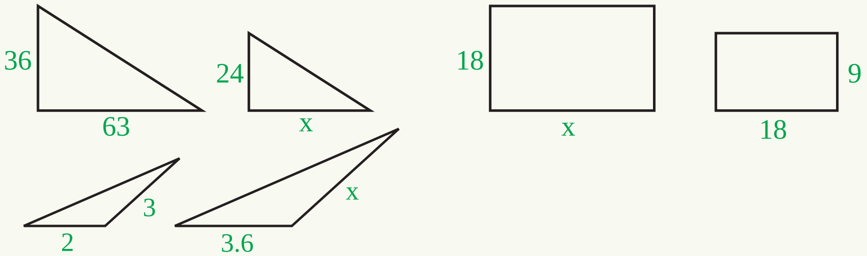
پوښتنه: د $A'B'C'D'$ ضلعې د ABCD د ضلعو څو برابره دي؟

تمرین

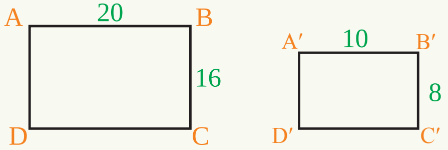
1- په لاندې شکلونو کې وښیاست چې یو بل ته ورته دی.



2- لاندې هره جوړه شکلونه چې د یو بل څنګ ته رسم شوي دي ورته (مشابه) شکلونه دي. نامعلوم اوږدوالی یې حساب کړئ چې په x سره ښودل شوی دی.



3- په لاندې شکلونو کې وښیاست چې په دوو ورته مستطیلونو کې د یوه د اوږد والي او بر نسبت دبل د اوږدوالي او بر له نسبت سره مساوي دی.



4- آیا ټول برابر (انطباق منونکي) شکلونه یو بل ته ورته دي؟ په دې صورت کې د ورته والی ضریب څو دی ؟ د یوه مثال په واسطه یې وښیاست.

د مساوي فاصلو موازي خطونه

د اورګاډي د خطونو ترمنځ فاصله یو له بله سره څه اړیکې لري.

فعالیت

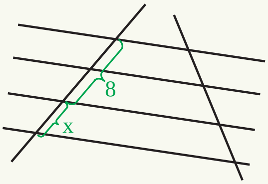
- څلور مخامخ موازي ټوټه کرښې یا خطونه په پام کې ونیسئ.
- په دې څلور ټوټه کرښو باندې یو عمود رسم کړئ.
- پیدا شوې ټوټه خطونه اندازه کړئ.
- یو بل خط داسې رسم کړئ چې دا څلور موازي خطونه قطع کړي.
- هغه ټوټه خطونه چې د دې قطع کوو نکی او موازي خطونو په واسطه لاس ته راځي اندازه او وواياست چې یوله بله سره څه ډول رابطه لري؟
- یو بل کیفي قاطع رسم کړئ او پورته فعالیت سرته ورسوئ.

له پورته فعالیت څخه لاندې تعریف ترلاسه کوو:

تعریف

که چیرې څو موازي خطونه، چې یو له بل څخه په مساوي فاصلو سره پراته وي، د یوه قاطع په واسطه قطع شي، د قاطع کوونکي په مخ باندې مساوي ټوټه خطونه جلا کوي.

مثال:په لاندې شکل کې موازي خطونه په مساوي فاصلو سره درکړشوي دي د x فاصله په لاس راوړئ.



حل: څرنګه چې د جلا شوي دوو ټوټه خطونو مجموعه، چې د موازي خطونو ترمنځ ده، له 8 واحده سره مساوي دي.

نو هر ټوټه خط څلور واحده کیږي او x د دې هر یوه واحد سره برابر دی، نو $x=4$ دی.

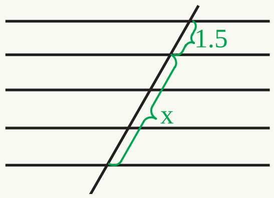
فعالیت

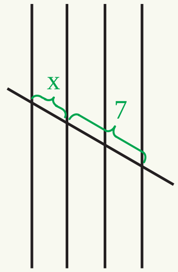
1- د $\overline{AB}$ کیفي ټوټه خط رسم کړئ.
2- د A له ټکي څخه د $\overline{AX}$ یو کیفي نیم خط رسم کړئ.
3- د $\overline{AX}$ پر مخ باندې د A له ټکي څخه پیل او 5 واحده پر له پسې جلا کړئ. دې ټکو ته په ترتیب سره M، N، P، Q او C وواياست.
4- د C ټکی له B سره ونښلوئ.
5- اوس د M، N، P او Q له ټکو څخه له $\overline{BC}$ سره موازي خطونه رسم کړئ.
6- پنځه پیدا شوي ټوټه خطونه له یو بل سره څه ډول رابطه لري؟

که چېرې وغواړو یو ټوټه خط په مساوي برخو وویشو، کولای شو په مساوي فاصلو سره د موازي خطونو له خاصیت څخه کار واخلو.

تمرین

1- په لاندې هر یوه شکل کې موازي خطونه په مساوي فاصلو سره درکړشوي دي. د x قیمت پیدا کړئ.





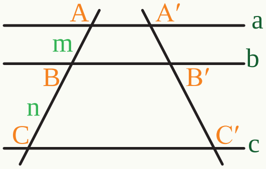
2- دوه ټوټه خطونه رسم کړئ، وروسته یو له هغو څخه په درې مساوي بر خو او بل یې په څلورو مساوی بر خو وویشئ.
3- یو ټوټه خط د 12cm په اوږدوالی سره رسم او په 8 مساوي برخو یې وویشئ.

د تالس قضیه
(Thales)

دا مخامخ وداني څو پوړه (طبقې) لري؟
آیا د پوړونو (طبقو) فاصلې یو له بله سره مساوي دي؟

فعالیت

- د a ، b او c درې موازي خطونه رسم کړئ چې یوله بله سره مساوي فاصلې و نه لري.
- دوه قاطع (غیر موازي) خطونه داسې رسم کړئ چې درې موازي خطونه یې په ترتیب سره د A، B ، C او A' ، C' ، B' په ټکو کې قطع کړي وي.
- لاندې نسبتو نه پیدا کړئ.



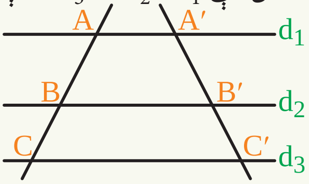
$$\frac{AB}{BC} = ?$$

$$\frac{A'B'}{B'C'} = ?$$

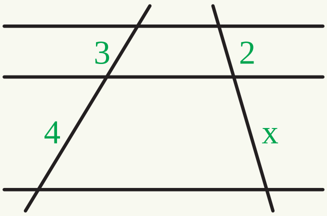
- یو بل کیفي قاطع رسم کړئ او د پیدا شوو ټوټو نسبت پیدا کړئ.

تالس یوناني ریاضی پوه په کا ل(548- 624 له میلاد د مخه) د پورته فعا لیت نتیجه په لاندې ډول ویلې وه.

د تالس قضیه: که چیرې دوه یا څو موازي ټوټې خطونه دوه یا څو خطونه قطع کړي، د هغو په مخ باندې متناسب ټوټې خطونه جلا کوي. لکه په لاندې شکل کې d_1، d_2 او d_3 درې موازي خطونه دي.



نو: $$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$



مثال: په مخامخ شکل کې د x قیمت حساب کړئ

حل:

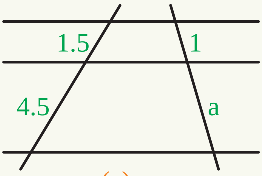
$$\frac{3}{4}=\frac{2}{x}$$

$$x=\frac{2\times4}{3}=\frac{8}{3}$$

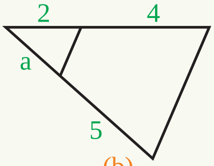
$$x=\frac{8}{3}$$

تمرین

1- په لاندې هر یوه شکل کې د a قیمت پیدا کړئ.

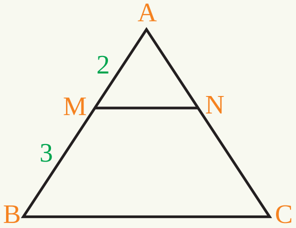


(a)



(b)

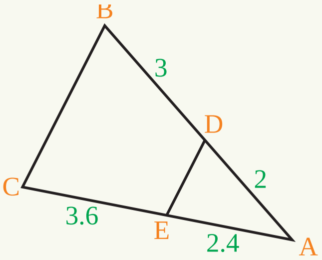
2- مخامخ شکل په پام کې ونیسئ اولاندې نسبتونه بشپړ کړئ.



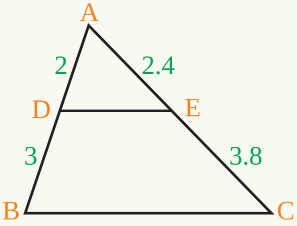
$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}}=?\qquad\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}}=?$$

$$\frac{\overline{MB}}{\overline{AB}}=?\qquad\frac{\overline{AN}}{\overline{NC}}=?$$

3- په لاندې کوم یوه شکل کې $\overline{DE}$ له $\overline{BC}$ سره موازي دی؟



(a)



(b)

په مثلث کې د تالس قضیه

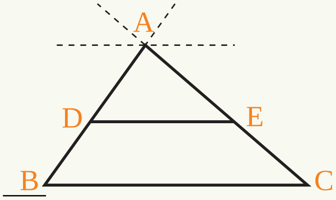
آیا کولای شئ په مثلث کې موازي خطونه ووینئ؟

فعالیت

- یو کیفي مثلث رسم کړئ او دهغه په یوې ضلعې با ندې یو ټکی په پام کې ونیسئ.
- له دې ټکي څخه د مثلث له یوې ضلعې سره موازی خط رسم کړئ تر څو د مثلث بله ضلع قطع کړي. پیدا شوی مثلث د تورو په واسطه ونبیا ست.
- د پیدا شوي مثلث د هرې ضلعې نسبت د لومړي مثلث له هم دولو ضلعو سره ولیکئ دا نسبتونه یو له بله سره څه ډول اړیکه لري؟

د پورته فعالیت په سرته رسولو سره لاندې قضیه بیانولای شو:

لومړی قضیه: که چېرې د مثلث د ضلعې له یوه ټکي څخه یو داسې خط رسم شي چې د مثلث له یوې ضلعې سره موازي وي نو دمثلث دوه نورې ضلعې متناسبا ویشي.



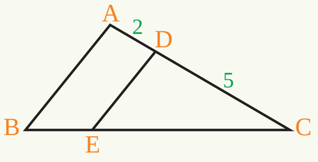
$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$$

دویم قضیه: د ABC په پورته مثلث کې د D ټکي د $\overline{AB}$ په ضلعې باندې او د E ټکی د $\overline{AC}$ په ضلعې باندې داسې پروت دي چې که چېرې $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$ وي په پایله کې $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ دی.

دا رابطه د تالس د قضیې د معکوسو اړیکو په توګه پېژنو.
یعني که یو خط د مثلث دوه ضلعې متناسباً تقسیم کړي، له دریمې ضلعې سره موازي دی.

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ او $\frac{5}{2} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DA}}$ دي د $\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}}$ نسبت له څو سره مساوي دی؟



حل: ځرنګه چې $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ دی.

او د ضلعو تر منځ تناسب شته یعنې:

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DA}}$$

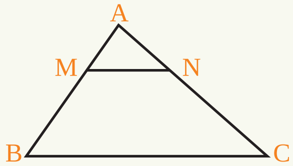
نو:

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DA}} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}} = \frac{5}{2}$$

دویم مثال: د ABC په مثلث کې د $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ په ضلعو باندې د M او N دوه ټکي داسې وټاکئ چې $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB}$ ، $\overline{AN} = \frac{1}{3}\overline{AC}$ وي.

آیا $\overline{MN}$ او $\overline{BC}$ سره موازي کېدای شي؟



حل: له پورته رابطو څخه لیکلای شو:

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{1}{3} \quad , \quad \frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{1}{3}$$

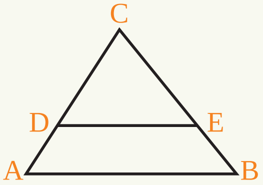
د پورته، اړیکوله پر تله کولو څخه لروچې:

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AN}}{\overline{AC}}$$

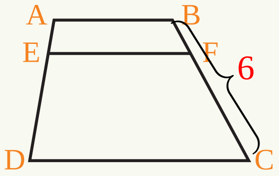
ځرنګه چې د ضلعو په منځ کې تناسب شته، د تالس معکوسي قضیې په اساس لیکلی شو:

$$\overline{MN} \parallel \overline{BC}$$

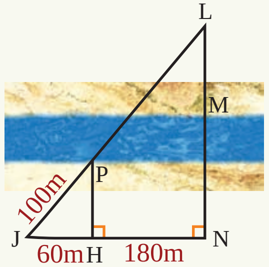
تمرین



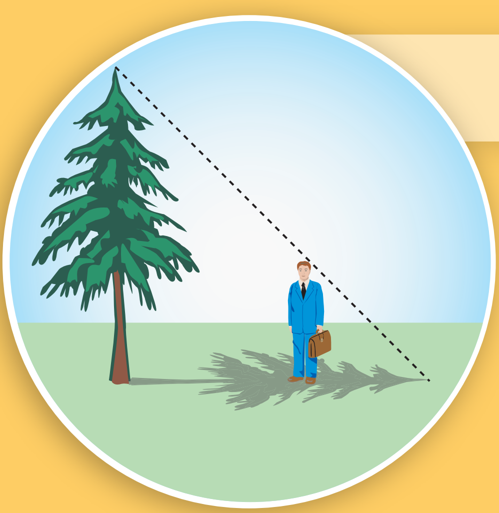
1- په مخامخ شکل کې $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ، $\overline{AC} = 12cm$ ، $\overline{BC} = 15cm$ او $\overline{EB} = 5cm$ دي د $\overline{AD}$ او $\overline{DC}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



2- د $ABCD$، په ذوذنقه کې $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$ او $\overline{AE} = \frac{1}{7}\overline{ED}$ $\overline{BC} = 6$ دي $\overline{BF}$ او $\overline{FC}$ پیدا کړئ.



3- د L کلی درود یوې خواته او بریښنا دلیږدولو پایې درودبلې خواته دي. په شکل کې د درکړشوي فاصلې له مخې د اړتیا د سیم اوږدوالي چې کلي ته بریښنا ورسوي پیدا کړئ یعنې JL محاسبه کړئ.



د مثلثونو د ورته والي حالتونه
لومړي حالت

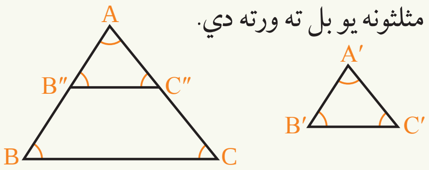
آیا کولای شئ د احمد او د ونې د سیورې له مخې یې د ونې ارتفاع (جګوالي) پیدا کړئ؟

فعالیت

- د ABC او $A'B'C'$ مثلثونه داسې رسم کړئ که چیرې $\hat{A}=\hat{A}'$ او $\hat{B}=\hat{B}'$ وي.
- د $\overline{AB}$ په ضلعې باندې د B'' ټکی داسې وټاکئ چې $\overline{A'B'}=\overline{AB''}$
- د B'' په ټکي کې یوه زاویه جوړه کړئ چې له B' سره مساوي وي. آیا د $\overline{CB}$ خط له دې خط سره موازي دی، ولې؟
- د $AB''C''$ او $A'B'C'$ مثلثونه یوله بل سره څه ډول اړیکې لري؟
- د ABC په مثلث کې $\overline{B''C''} \parallel \overline{BC}$ دی، د تالس رابطه ولیکئ.
- آیا پایله اخیستلې شئ چې $\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AB''C''}$ ؟

په پوره فعالیت کې مو ولیدل چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{AB''C''}$ یو بل ته ورته دي څرنګه چې $\overset{\Delta}{AB''C''} \cong \overset{\Delta}{A'B'C'}$ نو: $\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$

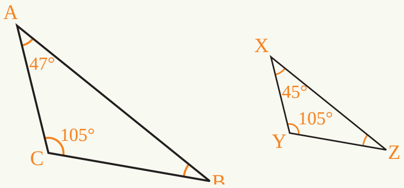
قضیه: که چیرې دوه مثلثونه دوې مساوي زاویې ولري مثلثونه یو بل ته ورته دي.



نو:

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}=\hat{A}' \\ \hat{B}=\hat{B}'\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$$

مثال: آیا لاندې مثلثونه یو بل ته ورته دي؟

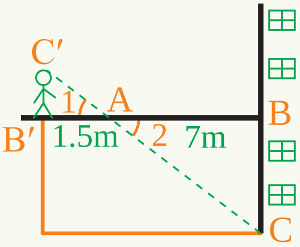


حل: له شکل څخه لیدل کیږي چې

$$\hat{A}=47^\circ \ , \ \hat{X}=45^\circ \ , \ \hat{C}=\hat{Y}=105^\circ \ , \ \hat{B}=28^\circ$$

او $\hat{Z}=30^{\circ}$ لیدل کیږي چې د دواړو مثلثونو زاویې یو په یو، له یو بل سره مساوي نه دي. له دې امله د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{XYZ}$ مثلثونه یو له بل سره ورته مثلثونه، نه دي.

مثال: د یو روغتون دوه مختلفې برخې د یوه هوايي پله په واسطه نښلول شوي دي. بریالی د دې پله د جګوالي د پیداکولو لپاره لکه په شکل کې د پله په پای کې درېږي او د خپل لیدلو شعاع یې د زاویې په راس باندې د لیدلو د خط او وداني ترمنځ په پام کې ونیوله.



ولې د ABC او $AB'C'$ دوه مثلثونه یوبل ته ورته دي؟ په شکل کې د ټاکلو اندازو په پام کې نیولو سره که چیرې د بریالي د تنې اوږدوالی $1{,}8m$ وي د پله جګوالی یعنې $\overline{BC}$ په لاس راوړئ.

حل: په شکل کې لیدل کیږي چې: $\hat{B}=\hat{B}'=90^{\circ}$

متقابل بالرأس دی. $\quad\cdots\quad \hat{A}_1=\hat{A}_2$

نو: $\hat{C}=\hat{C}'$

د مثلثونو د ورته والي له لومړي حالت څخه لیکلی شو: $\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{AB'C'}$

څرنګه چې مثلثونه یوبل ته ورته دي، نو د هغو د ضلعو په منځ کې تناسب موجود دی.

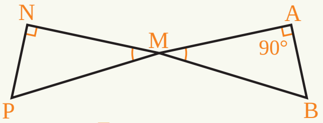
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}}$$

$$\frac{\overline{BC}}{1.8m}=\frac{7m}{1.5m}\quad,\qquad \overline{BC}=\frac{7m\cdot 1.8m}{1.5m}=\frac{7\cdot 18m^2}{15m}$$

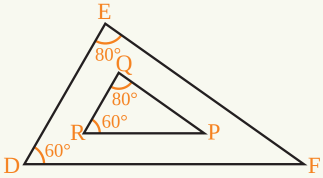
$$\overline{BC}=\frac{42}{5}m$$

$$\overline{BC}=8.4m$$

تمرین



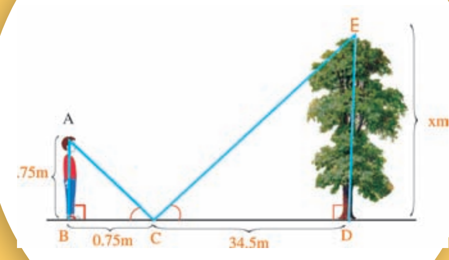
1- په مخامخ شکل کې ثبوت کړئ، چې: $\overset{\Delta}{NMP}\sim\overset{\Delta}{MAB}$



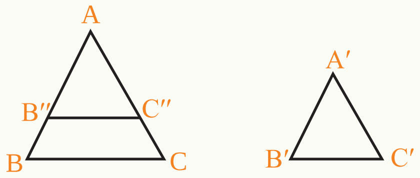
2- په مخامخ شکل کې ثبوت کړئ، چې: $\overset{\Delta}{RQP}\sim\overset{\Delta}{DEF}$

دویم حالت

خرنګه کولای شو چې د ونې جګوالی محاسبه کړو؟



فعالیت



د ABC او $A'B'C'$ په دوو مثلثونو کې $\hat{A}=\hat{A'}$ او $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$ په پام کې ونیسئ.

• د B'' ټکی د $\overline{AB}$ په ضلع باندې داسې وټاکئ چې $\overline{AB''}=\overline{A'B'}$ شي.

• د B'' څخه خط د $\overline{BC}$ له ضلعې سره داسې یو موازي رسم کړئ چې د $\overline{AC}$ ضلع قطع کړي او د تقاطع ټکی یې په C'' سره وښیاست.

• د ABC په مثلث کې د تالس قضیه ولیکئ.

• د $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$ په تناسب کې د $\overline{A'B'}$ پر ځای د هغه مساوي قیمت ولیکئ.

• د $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$ او $\frac{\overline{AB}}{\overline{AB''}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AC''}}$ له تناسبو څخه د دوو اړیکه په لاس راوړلای شئ؟

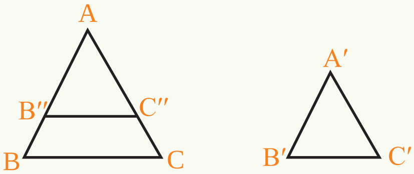
• آیا د $A'B'C'$ او $AB''C''$ دوه مثلثونه یو له بل سره انطباق منونکي دي؟ ولې؟

• د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{AB''C''}$ یو له بل سره څه اړیکه لري؟ ولې؟

• آیا کولای شئ له ABC او $A'B'C'$ څخه د ورته والي نتیجه په لاس راوړئ؟

په پوره فعالیت کې مو ولیدل چې $\overset{\Delta}{AB''C''}\cong\overset{\Delta}{A'B'C'}$ او $\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{AB''C''}$ دي.
نو کولای شو دې پایلې ته ورسیږو چې $\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{A'B'C'}$ دی.

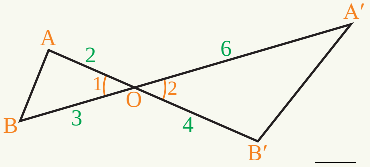
قضيه: که چيرې د يوه مثلث دوه ضلعې د بل مثلث له دوو ضلعوسره متناسبې او په دواړو مثلثونو کې، د دوو ضلعو په منځ کې زاويې انطباق منونکې وي، مثلثونه يو بل ته ورته دي.



که چېرې $\hat{A} = \hat{A}'$ او $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ وي.

نو: $\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$

مثال: آيا د $O\overset{\Delta}{A}B$ او $O\overset{\Delta}{A'}B'$ يوبل ته ورته دي؟



حل: خرنګه چې

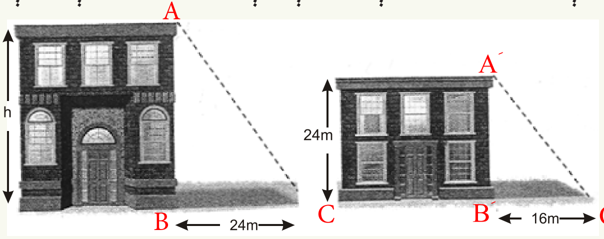
متقابل بالراس: .... $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OB'}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA'}} = \frac{1}{2}$$

خرنګه چې د مثلثونو دوه ضلعې يوله بل سره متناسبې او د ضلعو په منځ کې زاويې مساوي دي.

نو: $O\overset{\Delta}{A}B \sim O\overset{\Delta}{A'}B'$

مثال: د يوې ودانۍ دسيورې اوږدوالې 16m دی. په داسې حال کې چې له هغه څخه د بلې جګې ودانۍ د سيورې اوږدوالی 24m دی د جګې ودانۍ جګوالې په داسې حال کې پيدا کړئ چې دکوچنۍ ودانۍ جګوالی 24m وي.

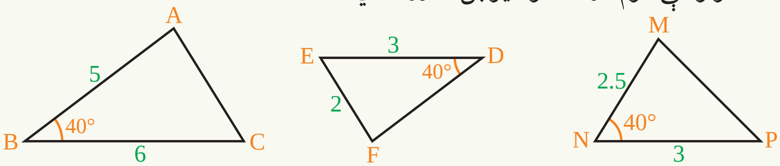


حل: که چيرې د سيورې په پای کې ودريږو او د جګوالي وروستي ټکي ته وګورو نو دوه، ورته مثلثونه جوړيدای شي د ABC او $A'B'C'$ د ورته مثلثونو ضلعو د تناسب څخه ليکلی شو چې:

$$\frac{h}{24m} = \frac{24m}{16m} \Rightarrow h = \frac{24m \cdot 24m}{16m} = 36m$$

تمرين

1- په لاندې شکلونو کې کوم دوه مثلثونه يو بل ته ورته دي؟



دریم حالت

که چیرې د ګوتې اوږدوالي $5cm$ وي د ګوتې تصویر څومره اوږدوالي لري؟

فعالیت

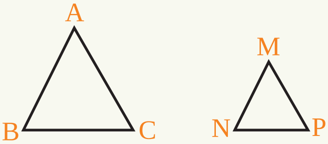
- د ABC مثلث داسې رسم کړئ چې $\overline{BC}=12$, $\overline{AC}=9$, او $\overline{AB}=6$ وي وروسته له هغه یې زاویې اندازه کړئ.
- د MNP مثلث داسې رسم کړئ چې $\overline{NP}=4$, $\overline{MP}=3$, او $\overline{MN}=2$ وي د نومړي مثلث د زاویو اندازه پیدا کړئ.
- د پورته قیمتو نو په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ:

په

زاویې	ضلعې	مثلث
$\hat{A}=?\,,\ \hat{B}=?\,,\ \hat{C}=?$	$\overline{AB}=6\,,\ \overline{AC}=9\,,\ \overline{BC}=12$	$\overset{\Delta}{ABC}$
$\hat{M}=?\,,\ \hat{N}=?\,,\ \hat{P}=?$	$\overline{MN}=2\,,\ \overline{MP}=3\,,\ \overline{NP}=4$	$\overset{\Delta}{MNP}$
	$\frac{\overline{AB}}{\overline{MN}}=?\,,\ \frac{\overline{BC}}{\overline{NP}}=?\,,\ \frac{\overline{AC}}{\overline{MP}}=?$	د ضلعو تر منځ نسبت

پورته فعالیت کې مو ولیدل چې د مثلثونو د ضلعو په منځ کې نسبت شته او همدارنګه د دواړو مثلثونو زاویې یو له بل سره مساوي دي.

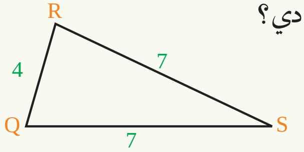
نو له دې امله $\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{MNP}$

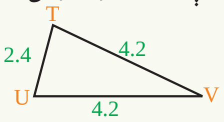


قضیه: که چیرې د یوه مثلث درې ضلعې د بل مثلث له درېو ضلعو سره متناسبې وي او دوه مثلثونه ورته مثلثونه دي.

مثال: آیا لاندې دوه مثلثونه يو بل ته ورته دي؟

حل:





$$\frac{\overline{QR}}{\overline{UT}}=\frac{4}{2.4}=\frac{5}{3}$$

$$\frac{\overline{RS}}{\overline{TV}}=\frac{7}{4.2}=\frac{5}{3}$$

$$\frac{\overline{QS}}{\overline{UV}}=\frac{7}{4.2}=\frac{5}{3}$$

نو: د $\overset{\Delta}{RQS} \sim \overset{\Delta}{TUV}$ دی.

مثال: د برج جګوالې $\overline{AB}$ د هغه دسیورې یعنې د $\overline{AC}$ له مخې وټاکئ.

حل: د دې کار لپاره يوه ستن (میله) د ځمکې په سطحې باندې په عمودي توګه داسې دروو چې پورته سر يې یعنې د N ټکی د B او C له ټکو سره په يوه مستقیم باندې راشي.

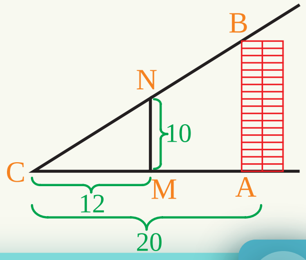
څرنګه چې: $\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{CMN}$ دي، نو:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{MN}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{MC}}$$

په پورته رابطه کې د $\overline{MN}$, $\overline{MC}$ او $\overline{AC}$ اوږدوالي معلوم دي. کولای شو د پورته رابطې په مرسته د $\overline{AB}$ اوږدوالي چې د برج جګوالي دی په لاندې توګه پیدا کړو.

د $\overset{\Delta}{CMN}$ او $\overset{\Delta}{CAB}$ په ورته مثلثونو کې لرو:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{MN}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{MC}}$$



$$\frac{\overline{AB}}{10}=\frac{20}{12}$$

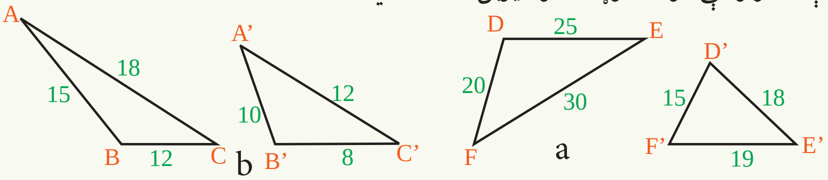
$$12\overline{AB}=20\cdot 10$$

$$\overline{AB}=\frac{200}{12}$$

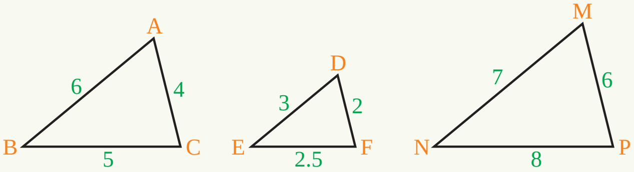
$$\overline{AB}=16.6$$

تمرین

1- په لاندې مثلثونو کې کومه جوړه مثلثونه یوبل ته ورته دي؟



2- په لاندې شکلونو کې وښیاست چې کوم دوه مثلثونه يو بل ته ورته دي؟



ددریم فصل مهم ټکي:

1-ورته شکلونه له هغه شکلونو څخه عبارت دي چې هم شکله (هم ډوله)وي. خو ضرور نه ده چې اندازې یې یو له بله سره مساوي وي.

2- مضلع ګانې هغه وخت یو بل ته ورته وې چې لاندې خواص ولري:

a) په ورته مضلع ګانو کې ټولې زاویې باید یو په یو سره انطباق منونکی وي.

b) د مضلع ګانو د زاویومخامخ اړوندې ضلعې یوله بل سره متناسبې وي.

3- که چېرې په مساوي فا صلو سره موازي خطونه څوقاطع، پرې کړې د هغو پر مخ باندې په مساوي اندازو سره ټوټه خطونه جلا کوي.

4- په مساوي فاصلو سره د موازي خطونو په کار ولو سره کولای شو یو ټوټه خط پر مساوي ټوټه خطونو باندې وویشو.

5- که چېرې موازي خطونه دوه قاطع، پرې کړې او د یوه قاطع پر مخ باندې مساوي ټوټې جلاکړې. د بل پر مخ باندې هم مساوی ټوټې جلا کوي.

6- د تالس قضیه په مثلث کې: که چېرې یو خط د مثلث د یوې ضلعې له یوه ټکی څخه یو موازی خط د مثلث له بلې ضلعې سره رسم شي، دوه نورې ضلعې یې متناسبا وېشي.

7- د تالس د قضیې عکس: که چېرې یو خط د مثلث دوه ضلعې متنا سبا قطع کړې یعنې یو تناسب جوړ کړي نو دا خط له درېمې ضلعې سره موازي دی.

8- دوو مثلثونو ته هغه وخت ورته مثلثونه وایو چې ټولې زاویې یې یو په یو انطباق منونکې او یا ضلعې یې یوله بل سره متناسبې وي یعنی که چیرې له دې دوو خاصیتو نوڅخه یویې په مثلثونو کې سم وي مثلثونه یو بل ته ورته دي.

9- مثلثونه په درېو حالتونو کې یو بل ته ورته دي:

a) **لومړی حالت**: که چېرې دیوه مثلث دوه زاویې د بل مثلث له دوو زاویو سره مساوي وي، مثلثونه ورته(متشابه) دي.

b) **دویم حالت**: که چېرې د یوه مثلث دوه ضلعې د بل مثلث له دووضلعوسره متناسب اود ضلعو په منځ کې زاویې یې مساوي وي مثلثونه یو بل ته ورته دي

c) **درېم حالت**: که چېرې د یوه مثلث درې ضلعې د بل مثلث له درېو ضلعو سره متناسبې وي نو دا دوه مثلثونه یو بل ته ورته دي.

عمومي پوښتنې

• لا ندې پوښتنې په ځیر سره ولولئ دهرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي. سم ځواب يې وټاکئ اوکرښه ترې تاوه کړئ.

1- يو متساوی الاضلاع مثلث ورته دی:

a) مختلف الاضلاع مثلث ته b) متساوی الاضلاع مثلث ته

c) متساوی الساقین مثلث ته d) یوه ته هم نه دی

2- ټولې متساوي الزاويي څلور ضلعي ګانې يو بل ته:

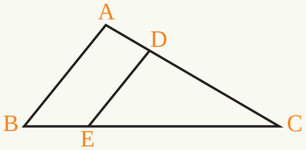
a) ورته دي b) انطبا ق منونکی دي c) متوازي الاضلاع دي d) يو يې هم نه دی

3- د ABC او DEF مثلثونه يو بل ته ورته دي. که چيرې $\hat{A}=\hat{D}, \hat{B}=\hat{E}$ او، $\overline{AC}=12cm$, $\overline{AB}=9cm$ او $\overline{DE}=3cm$ وي، په دې صورت کې د $\overline{DF}$ اوږدوالی عبارت دی له:

a) 3cm b) 4cm

c) 6 cm d) 7cm

4- په لاندې شکل کې $\overline{AB}//\overline{ED}$ او $\frac{5}{2}=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$ دي د $\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}}$ نسبت عبارت دی له:



a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{2}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{1}{2}$

5- د يو $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې د ضلعو اندازه يې 8، 12او 16 سانتي متره دي دامثلث لاندې کوم يوه مثلث ته ورته دی؟ د ضلعو اندازې يې په لاندې توګه درکړ شوي دي.

a) هغه مثلث چې ضلعې يې 6 ، 9 او 12 سانتي متره وي.

b) هغه مثلث چې ضلعې يې 12، 8 او6 سانتي متره وي.

c) هغه مثلث چې ضلعې يې 8، 9 او 12 سانتي متره وي.

d) هغه مثلث چې ضلعې يې 16 ، 10او 12 سانتي متره وي.

• لاندې جملې په پام سره ولولئ دسمې پوښتنې مخې ته د (ص) توری اود ناسمې مخې ته د(غ) توری وليکئ.

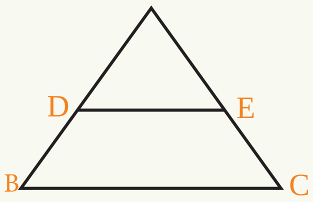
1- (   ) دوه قايم الزاويه مثلثونه په هغه صورت کې يوبل ته ورته دي چې د وترونو اوږد والي يې سره مساوي وي.

2- (   ) ټول مستطيلونه يو بل ته ورته دي.

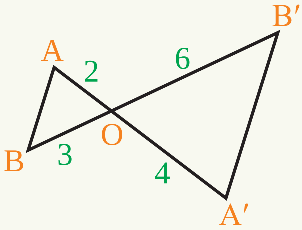
3-(   ) که چیرې د یوه مثلث دوه ضلې او د منځ زاویه یې د بل مثلث له دووضلعو او د منځ له زاویې سره ا نطباق منونکی وي نوموړي مثلثونه یو بل ته ورته دي.
4- (   ) که چیرې د یوه مثلث درې ضلعې د بل مثلث له دریو ضلعوسره متنا سب وي نوموړي مثلثونه یو بل ته ورته دي.
5- (   ) ټول ورته مثلثونه انطبا ق منونکي دي.
6- (   ) ټول قایم الزاویه مثلثونه یو بل ته ورته دي.
7- (   ) که چیرې یو خط د مثلث له یوې ضلعې سره موازي وي، نو له دوو نورو ضلعوسره مساوي دي.

• لاندې جملې په پوره پام سره ولولئ او تشې ځا یونه په منا سبو کلمو سره ډک کړئ:
1-که چیرې یو خط د مثلث دوه ضلعې متناسباً وویشي نو داخط مثلث له دریمې ضلعې سره .... دئ.
2- که چیرې په مساوی فاصلو سره موازی خطونه څو ټوټه خطونه قطع کړي، د هغویه مخ باندې....... جلا کوي.
3- دوه مثلثونه هغه وخت یوبل ته ورته دي چې د یوه مثلث.......... د بل ....انطباق منونکې وي.
4- ورته مضلعا ت............ ضلعو لرونکې او زاویې............................ وي.

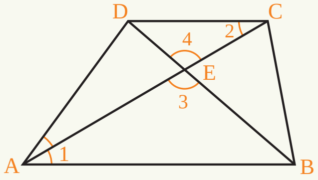
• لاندې پوښتنې حل کړئ.
1- په لاندې شکل کې D د $\overline{AB}$ منځنی ټکی دی د $\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}$ پیدا کړئ.



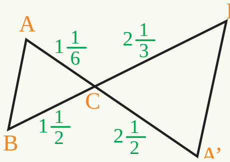
2- د OAB , $O'A'B'$ دوه مثلثونه ولې یو بل ته ورته دي؟ دهغو دضلعو تر منځ تناسب ولیکې او مساوي زاویې یې وټاکی.

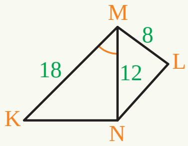


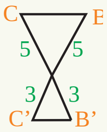
3- په لاندې ذ وذنقه کې ثبوت کړي چې د $\overset{\Delta}{ABE}$ او $\overset{\Delta}{ECD}$ مثلثونه يو بل ته ورته دي.



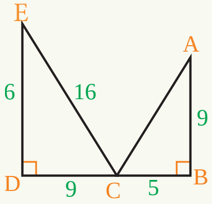
4- په لاندې مثلثونو کې د دوومثلثونو کومه جوړه يو بل ته ورته دي.

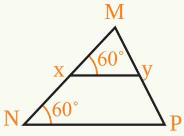


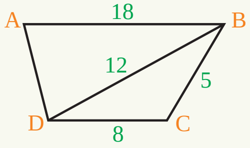




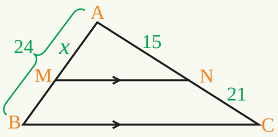
5- په هر شکل کې په مثلثونو باندې غور وکړئ ويې ټاکئ چې کومه جوړه مثلثونه د ورته والى په کوم حالت کې يو بل ته ورته دي.

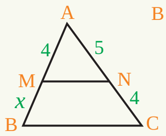


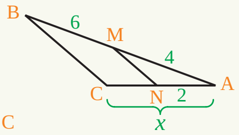




6- په لاندې شکلونو کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ او ورته دی د تالس د قضيې په کارولو سره x پيدا کړئ.







څلورم فصل

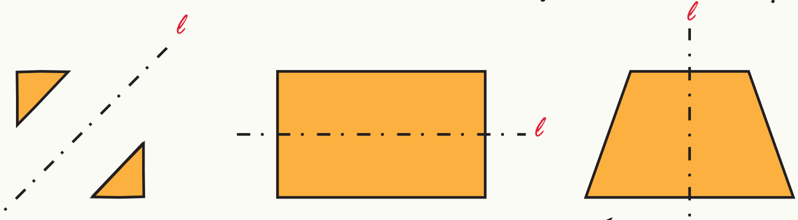
تناظر

د تناظر مفهوم

آیا تر اوسه مو فکر کړی دی چې خومره متناظر شکلونه زموږ په چاپیریال اوطبیعت کې شته دي؟

فعالیت

لاندې شکلونو ته پاملرنه وکړئ:



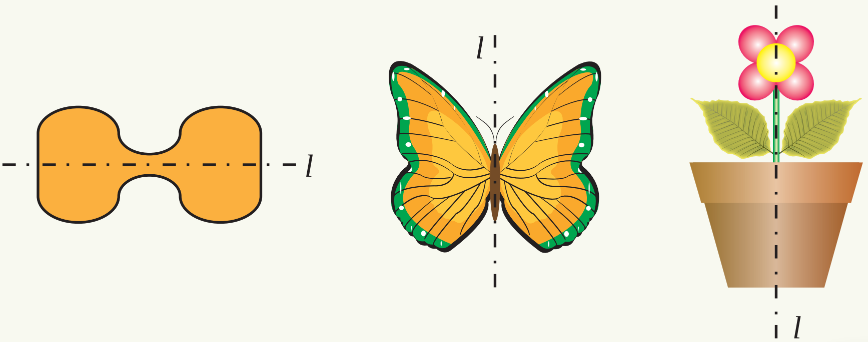
- که چېرې پورتني شکلونه د ℓ د خط په امتداد سره قات کړو څه شئ لیدل کیږي؟
- آیاویلای شو چې د شکل دوه برخې چې د ℓ خط دواړه خواوته دي انطباق منونکی دي؟
- آیا کولای شو د پورتنیو شکلونو پر مخ باندې بل خط رسم کړو؟ که چېرې شکل د رسم شوی خط په امتداد قات کړو دشکل دوې برخې یو په بل باندې منطبق شي؟

له پورتني فعالیت څخه لیدل کیږي چې ځینې شکلونه دا خاصیت لري که چېرې هغه دیو خط په امتداد سره قات کړو نو د شکل دواړه برخې یو پر بل باندې منطبق کیږي.

دلته وایو چې شکل نسبت خط ته متناظر دی.

که چېرې یو شکل د خط په امتداد سره قات شي اودواړه برخې یې یو پر بل باندې منطبق شي، دې دووشکلونو ته متنا ظر شکلونه نسبت وخط ته وایي اوهغه خط چې شکل په هغه باندې قات شوی دئ د تنا ظر محور بلل کیږي.

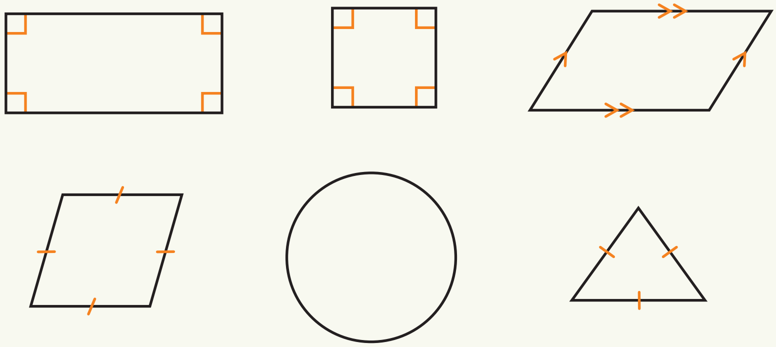
مثال: لاندي شکلونه نسبت د l خط (د تناظر محور) ته متناظر دي:



تمرین

په لاندي هر یوه شکل کې د تناظر محور د شتوالی په صورت کې رسم کړئ او وواياست چې هر يو شکل د تناظر څو محوره لري او همدارنګه لاندي جدول بشپړ کړئ.

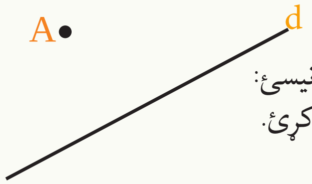
متساوي الاضلاع مثلثونه	دایره	لوزي	متوازي الاضلاع	مربع	مستطیل	شکل
						د تناظر د محورونو شمېر



محوري تنا ظر

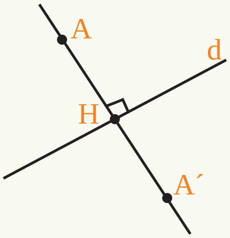
د طبيعت ډېرى پديدې متنا ظرې دي.
آيا كولاى شئ په طبيعت كې د متناظرو نورو شكلونو نمونه واخلئ؟

فعاليت



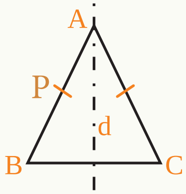
- د d خط او د هغه څخه د باندې د A يو ټكى په يا م كې ونيسئ:
- د A له ټكي څخه د d پر خط باندې عمودي خط رسم كړئ.
- د هغو د تقاطع ټكي ته H ووايئ.
- $\overline{AH}$ په خپله اندازې اوږد كړئ چې د A' ټكى لاس ته راشي.
- آيا $\overline{AH} = \overline{A'H}$ دى. ولې؟
- آيا $A'H \perp d$ ولې؟
- آيا دې پايلې ته رسيږو چې d د $\overline{AA'}$ عمودي نا صف دى؟

تعريف



د A' ټكې د A ټكې متناظر نسبت د d خط بولي. كه چېرې د d خط عمودي ناصف د هغه ټوټه خط وي چې A او A' يې سره نښلولي دي لكه مخامخ شكل.
د هر شكل محوري تناظر له هغه هندسي شكل څخه عبارت دى چې هره نقطه يې نسبت د لومړي شكل يوې نقطې ته متناظره وي.

فعالیت



• د ABC په متساوي الساقین مثلث کې د d خط د $\overline{BC}$ د قاعدې عمودي ناصف دی.

• که چیرې نو موړی مثلث د d پر خط باندې قات کړو.

آیا د مثلث دواړه برخې یو پر بل باندې منطبق کیږي؟

• د $\overline{AB}$ پر ضلعې باندې د P یو ټکې وټاکئ لکه په شکل کې

• د P له ټکې څخه پر d باندې عمود رسم کړئ او د تقاطع ټکې ته H ووایاست. امتداد ورکړئ تر څو $\overline{AC}$ په P' کې قطع کړي.

• آیا کولای شئ نتیجه واخلئ چې $\overline{PH} = \overline{P'H}$ دئ؟ ولې؟

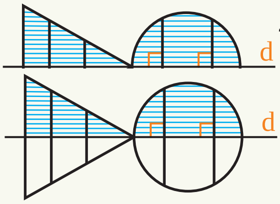
• آیا کولای شئ نتیجه واخلی چې د d خط د $\overline{PP'}$ د ټوټه خط عمودي ناصف دئ؟ ولې؟

• د Q یو بل ټکی د $\overline{AC}$ د ضلعې په مخ باندې وټاکئ او پورتنی مرحلې تکرار کړئ.

له پورته فعا لیت څخه لیدل کیږي چې د $\overline{AB}$ دضلعې د هر ټکې تناظر نسبت د d تناظری محور ته د $\overline{AC}$ په ضلعې باندې دی.

که چیرې یو شکل نسبت یوه خط ته متناظر وي د هغه شکل تناظري محور د هغو ټوټه خطونو عمودي نا صف دی چې د شکل مخا مخ ټکې یو له بل سره نښلوي.

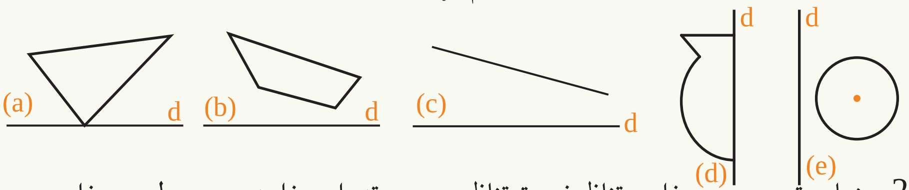
مثال: د درکړ شوي شکل متنا ظر نسبت د d خط ته په لاس راوړئ.



حل: ددې په پام کې نیولو سره چې د تناظرمحور د مخا مخ ټکو د نښلو لو ټوټه خطونو عمودي ناصف دی. نو دلته د شکل له هر ټکی څخه د d په خط باندې عمود رسمو او په خپلې اندازې یې اوږدوو د لاس ته راغلو ټکو له نښلولو څخه د شکل تناظریه لاس راځي.

تمرین

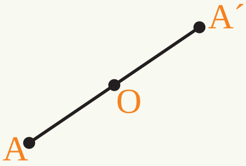
1- د هر شکل متناظر نسبت د d خط ته رسم کړئ.



2–وښیا ست چې د یوې زاویې تناظر نسبت تناظري محور ته داسې زاویه ده چې د لومړی زاویې سره مساوي او مختلف الجهت ده.

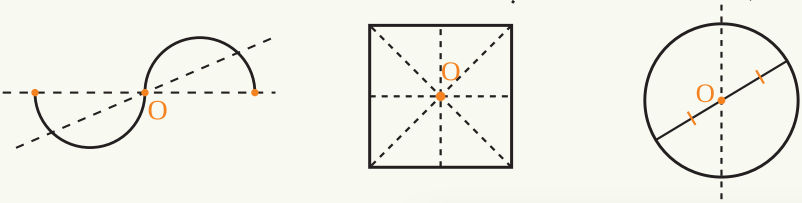
مرکزي تناظر

آیا په خرخکي تنا ظر لیدلای شی؟

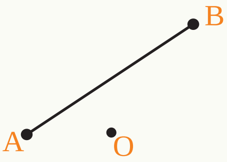


د A' ټکی د A د ټکي متناظر نسبت د O ټکي ته بولي.
که چېرې O د $\overline{AA'}$ د ټوټه خط منځنی ټکی وي. په دې حالت
کې O ته مرکزي تناظر وايي او وايو A او A' نسبت د O ټکی
ته متناظر دي.
همدا رنګه که چېرې S د ټکو يو سټ او O د S يو ټکی وي.
که چېرې د S د هر ټکي متناظر نسبت O ته د S پر مخ باندې وي، نو وايو S نسبت O ته متناظر
دی. په دې حالت کې O د S مرکزي تناظر دی او S مرکزي تناظر لري.

مثال: لاندې شکلونه نسبت د O ټکي ته متناظر دي:



فعالیت



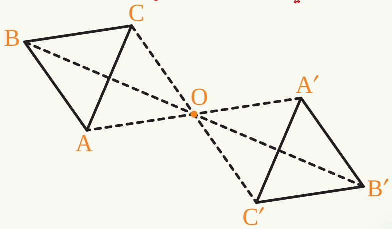
• د AB ټوټه خط او د O ټکی په پام کې ونيسئ.
• د A ټکی له O سره ونښلوئ او په خپل يعنی د $\overline{OA}$ په اندازه
سره يې اوږد کړئ اوپای ته يې A' ووايا ست.
• آيا د A' ټکی د A د ټکي متناظر نسبت د O ټکي ته دی؟
• د B ټکي له O سره ونښلوئ او د $\overline{OB}$ په اندازه سره يې اوږد کړئ

او پای ته یې B' وواياست.

- آیا B' د B د ټکي متناظر نسبت O ته دی؟
- په خپله خوښه د P ټکی د $\overline{AB}$ د ټوټه خط پر مخ وټاکئ.
- د Pټکی له O سره ونښلوئ او په خپله اندازه یې اوږد کړئ پای ته یې P' وواياست.
- آیا P' د $\overline{A'B'}$ پر مخ باندې راځي.
- آیا د $\overline{A'B'}$ ټوټه خط د $\overline{AB}$ ټوټه خط متناظر نسبت O ته دی؟

د یوه شکل د تناظر پیداکولو لپاره نسبت د O یوه ټکي ته باید د شکل هر ټکی له O سره ونښلوو او په خپل اندازه سره امتداد ورکړو.

هغه شکل چې د لاس ته راغلو ټکو له نښلولو څخه لاس ته راځي د اصل یا لومړني شکل متناظر د O ټکي ته دی.

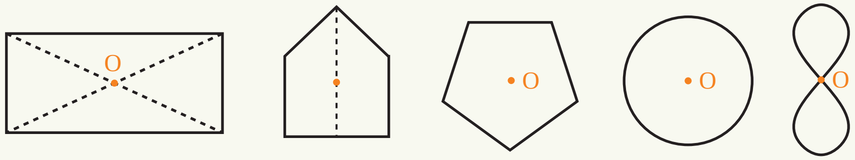


مثال: په مخامخ شکل کې د $A'B'C'$ مثلث د ABC د مثلث متناظر نسبت د O ټکی ته دی.

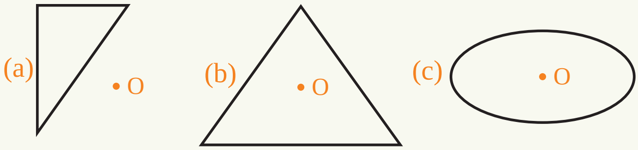
پوښتنه: د ABC زاویې متناظره زاویه نسبت د O ټکي ته په لاس راوړئ؟

تمرين

1- په لاندې کوم یوه شکل کې د O ټکی مرکزي تناظر دی؟



2- دلاندې شکلونو متنا ظر نسبت د O ټکی ته رسم کړئ:



د څلورم فصل مهم ټکي:

• د تنا ظر او تناظري محور مفهوم:

که چېرې د يو خط په امتداد سره يو شکل داسې قات کړو چې د شکل دوه برخې يو پر بل باندې منطبقې شي، دې شکل ته متنا ظر نسبت خط ته وايي او هغه خط چې شکل يې پر مخ باندې قاتيږي د شکل تنا ظري محور بلل کيږي.

• محوري تناظر

د A' ټکی د A د ټکي متناظر نسبت د d خط ته وايو که چېرې د d خط د A او A' تر منځ دټوټه خط عمودي نا صف وي.

• که چېرې د A ټکی د d د خط پر مخ باندې وي، متناظر يې نسبت د d خط ته په خپله همغه ټکی دی.

• که چېرې يو شکل نسبت يوه خط ته متناظر وي د شکل تناظري محور د هغه ټوټه خط عمودي ناصف دی، چې د شکل پر مخ د متناظر نښلوونکو ټکو په منځ کې دی.

• مرکزي تناظر:

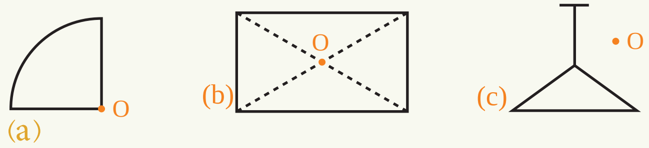
که چېرې S د ټکو يو سيټ او (O) يو ټکی وي. د S د هر ټکي متناظر نسبت (O) ته په خپله د S پر مخ باندې دي.

نو وايو S نسبت د (O) ټکی ته متنا ظر دی. په دې صورت کې (O) د S تناظري مرکز دی او S مرکزي تناظر لري.

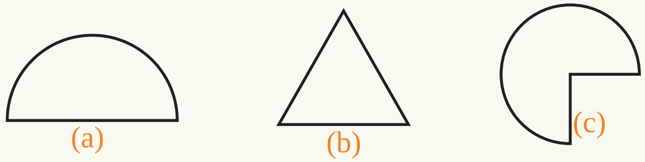
عمومي پوښتنې:

لاندې پوښتنې حل کړئ:

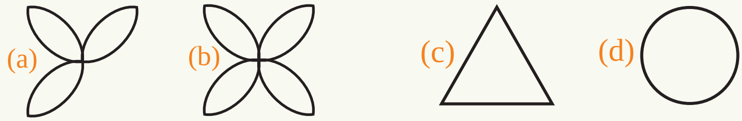
1- د لاندې هر شکل متناظر نسبت د O ټکی ته رسم کړئ.



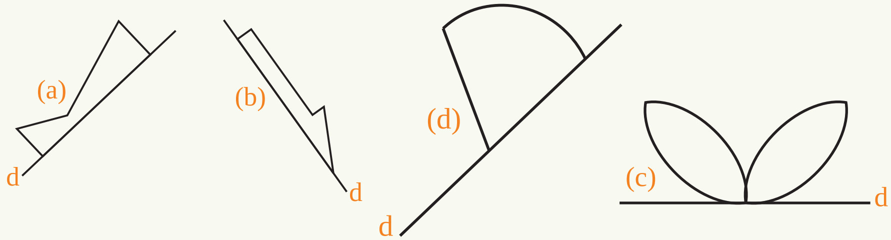
2- د هر شکل تناظري محور رسم کړئ:



3- هغه شکلونه وټاکئ چې مرکزي تناظر لري او بیا د هر شکل پر مخ باندې مرکزي تناظر وښیاست:



4- د هرشکل متناظر نسبت د d خط ته پیداکړئ:

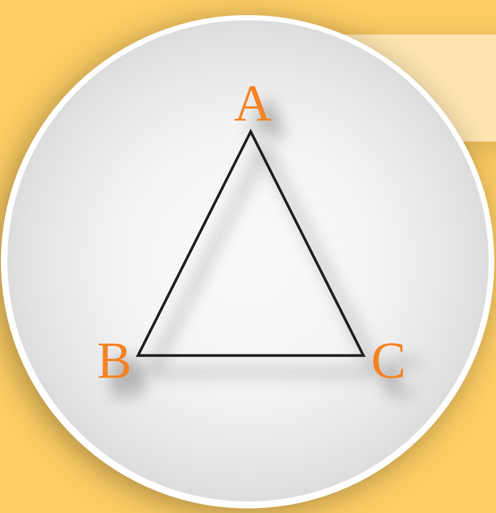


5- په دووشکلونو کې وښیا ست که چېرې یو شکل د تناظر دوه محوره ولري د هغو د تقاطع ټکی د شکل مرکزي تناظر دی.

پنځم فصل

د مثلث قضيې

د متساوی الساقین د مثلث قضیې



د ABC د مثلث ضلعې اندازه کړئ.
دا مثلث څه ډول مثلث بلل کیږي؟
ددې مثلث د زاویو ترمنځ څه ډول اړیکې شته؟

فعالیت

• د ABC متساوی الساقین مثلث داسې رسم کړئ چې د هغه $\overline{AB} = \overline{AC}$ وي.

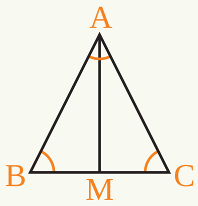
• د ABC په متساوی الساقین مثلث کې مساوي ضلعې په څه نامه یادیږي؟
د مساوي ضلعو مخامخ زاویې د نقالې په مرسته اندازه کړئ. ددې دوو زاویو ترمنځ څه ډول اړیکې لیدلای شئ؟

• یو بل متساوی الساقین مثلث رسم کړئ، پورتنۍ عملیه وربانديې تکرار کړئ او وواياست څه ډول پایله لاس ته راځي؟

له پورتني فعالیت څخه لیدل کیږي چې په متساوی الساقین مثلث کې د مساوي اضلاعو مخامخ زاویې یو له بل سره مساوي دي چې دا غوښتنه د لاندې قضیې په توګه لولو.

قضیه: که چېرې د یوه مثلث دوه ضلعې یو له بل سره مساوي وي د هغو دوو ضلعو مخامخ زاویې هم یو له بل سره مساوي دي.

ثبوت: فرض کړئ چې $\overline{AB} = \overline{AC}$ دی. د $\overline{BC}$ د ضلعې منځنۍ ټکي ته M وایو. د $\overline{AM}$ میانه رسموو.



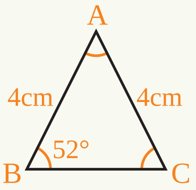
د ABM او ACM د دوو مثلثونو له مخې لرو:

$\overline{AB} = \overline{AC}$ د فرضیې له مخې
$\overline{BM} = \overline{CM}$ (M د BC منځنۍ ټکی دی)
$\overline{AM} = \overline{AM}$ ګډه ضلعه (مشترکه)

$\Rightarrow \overset{\Delta}{ABM} = \overset{\Delta}{AMC}$

د دریو مساوي ضلعو له مخې داسې پایله لاس ته راوړو چې د ABM او AMC مثلثونه انطباق منونکي دي. له دې امله د هغو ټولې زاویې هم یو په یو سره مساوي دي.

په پایله کې: $\hat{B} = \hat{C}$



لومړی مثال: که چېرې د ABC په مثلث کې $\overline{AB} = \overline{AC} = 4cm$ او $\hat{B} = 52^\circ$ وي. د $\hat{C}$ څو درجې ده؟

حل: څرنګه چې $\overline{AB} = \overline{AC}$ ده، په نتیجه کې $\hat{B} = \hat{C}$

نو: $\hat{C} = 52^\circ$ ده.

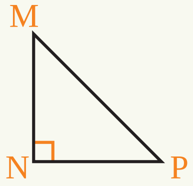
دویم مثال: په قایم الزاویه متساوی الساقین مثلث کې د هغه دوو ضلعو مخامخ زاویې څو درجې دي؟

حل: د MNP په مثلث کې د N زاویه قایمه ده.

څرنګه چې $\overline{MN} = \overline{NP}$ ده. د پورتنی قضیې په پام کې نیولو سره د نوموړی مثلث دوه مخامخ زاویې یو له بل سره مساوي دي یعنې $\hat{M} = \hat{P}$

پوهیږو چې د مثلث د داخلي زاویو مجموعه 180° دي او $\hat{N} = 90^\circ$

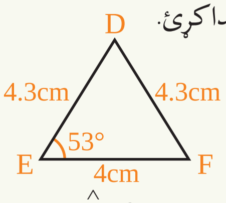
په نتیجه کې:



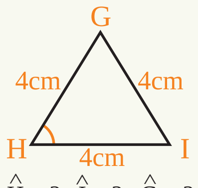
$$\left.\begin{array}{l}\hat{M} + \hat{P} = 90^\circ \\ \hat{M} = \hat{P}\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{M} = \hat{P} = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$$

تمرین

1- په لاندې شکلونو کې نامعلومې زاویې پیدا کړئ.

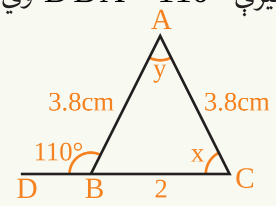


$\hat{F} = ?$



$\hat{H} = ? , \hat{I} = ? , \hat{G} = ?$

2- په لاندې شکل کې د $A\overset{\Delta}{B}C$ مثلث متساوی الساقین دی که چیرې $D\hat{B}A = 110^\circ$ وي د x او y زاویې پیدا کړئ.



فعالیت

- د ABC مثلث داسې رسم کړئ چې په هغه کې $\hat{B}=\hat{C}$ وي.
- د خط کش په کارولو سره د ABC د مثلث د ضلعو اوږدوالی اندازه کړئ.
- ددې مثلث د ضلعو د اوږدوالي تر منځ څه ډول اړیکې لیدل کیږي؟
- یو بل مثلث چې دوه زاویې یې سره مساوي وي، رسم کړئ او پورتنی عمل وربانديې تکرار کړئ

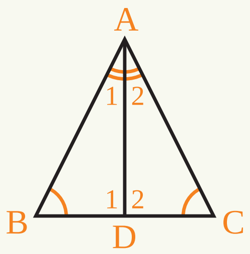
له پورته فعالیت څخه لیدل کیږي، هغه مثلث چې دوه مساوي زاویې ولري د مساوي زاویو مخامخ ضلعې یې هم یو له بل سره مساوي دي. دا مطلب د قضیې په توګه په لاندې ډول بیانوو:

قضیه: که چیرې د یوه مثلث دوه زاویې یو له بل سره مساوي وي د نومورو زاویو مخامخ ضلعې هم یو له بله سره مساوي دي.

ثبوت: د ABC مثلث په پام کې نیسو داسې چې $\hat{B}=\hat{C}$ ده، د $\hat{A}$ زاویې ناصف الزاویه رسموو او هغه ته $\overline{DA}$ وایو.

د ABD او ACD په دوو مثلثونو کې لرو:

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}_1=\hat{A}_2\\ \hat{B}=\hat{C}\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{D}_1=\hat{D}_2=90^{\circ}$$ ولې؟)



اوس د ABD او ACD په دوو مثلثونو کې لرو:

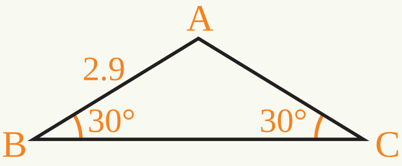
$$\left.\begin{array}{ll}\hat{A}_1=\hat{A}_2 & \text{، AD ناصف الزاويه دی}\\ \hat{D}_1=\hat{D}_2 & \text{، قايمه دي}\\ \overline{AD}=\overline{AD} & \text{، ګډه ضلعه ده}\end{array}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{ABD}\cong\overset{\Delta}{ACD}$$

د مثلث د دوو زاویو او ضلعو د مساوي والي په پام کې نیولو سره د ABD او ACD مثلثونه انطباق منونکي دي. له دې امله د هغه هم دوله ضلعې یو له بله سره مساوي دي.

یعنې: $\overline{AB}=\overline{AC}$

مثال: په لاندې شکل کې $\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$ ، $\overline{AB} = 2.9cm$ دي د $\overline{AC}$ ضلعه معلومه کړئ.

حل:



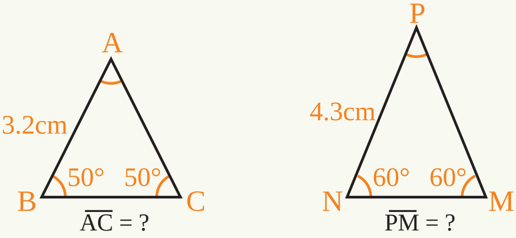
څرنګه چې: $\hat{B} = \hat{C}$ ده، نو نوموړی مثلث متساوی الساقین دی.

د مخکنی قضیې له مخې چې د یوه مثلث د مساوي زاویو مخامخ ضلعې سره مساوي دي، نو:

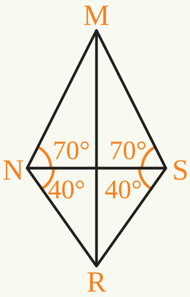
$$\overline{AB} = \overline{AC} = 2.9cm$$

تمرین

1- په لاندې شکلونو کې نامعلومې ضلعې پیدا کړئ.

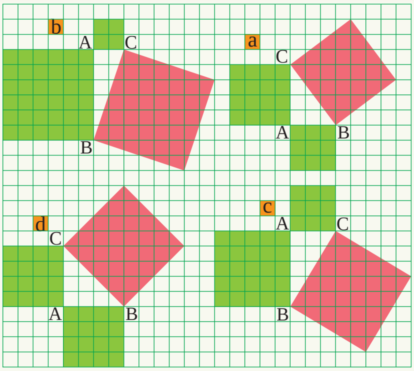


2- د زاویو د اندازې له مخې په لاندې شکل کې وښایاست چې د MNR او MSR دوه انطباق منونکې مثلثونه دي.



د فیثاغورث قضیه
Pythagorean theorem

فیثاغورث یو نامتو ریاضي پوه او د پخواني یونان فیلسوف و چې له میلاد څخه 530 کاله مخکې یې ژوند کاوه.

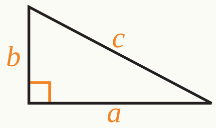


په پورته شکلونو کې لیدل کیږي چې د ABC مثلث د A په راس کې قایم الزاویه دی. د هغو مربع ګانو مساحت چې د ABC د مثلث د ضلعو په واسطه جوړې شوې دي. د کوچنیو مربع ګانو د شمېر په شمېرلو سره د هغو مساحت تخمین کړئ. لکه په لاندې جدول کې لیکل شوي دي. د c, b او d جزونه بشپړ کړئ:

	د هغو مربع ګانو شمېر چې د AB په ضلعې باندې دي	د هغو مربع ګانو شمېر چې د AC په وتر باندې دي	د هغو مربع ګانو مجموعه چې د AB او AC په ضلعو باندې دي	د هغو مربع ګانو شمېر چې د BC په وتر باندې دي
a	9	16	25	25
b				40
c				34
d				32

په جدول کې د لیکل شوو عددونو له مخې د قایم الزاویه مثلثونو د ضلعو په واسطه د جوړو شوو مربع ګانو د مساحت په منځ کې څه ډول رابطه لیدلای شئ؟

فعالیت



• د b,a او c ضلعو په اوږدوالي قايم الزاويه مثلث رسم کړئ او هغه بياتي کړئ.

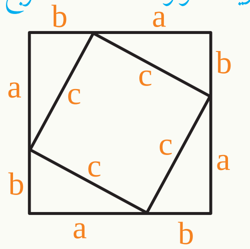
• دې مثلث باندې درې نور انطباق منونکی مثلثونه له کاغذ څخه جوړ کړئ.

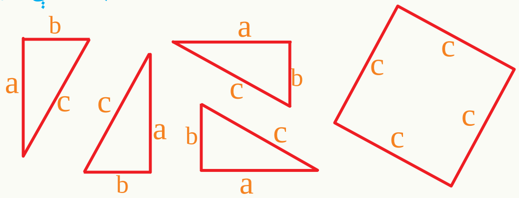
• د c د وتر په اوږدوالي سره يوه مربع له کاغذ څخه جوړه کړئ.

• له لاندې شکل سره سم څلور جوړ شوي مثلثونه او مربع ګانې د يو بل ترڅنګ داسې کيږدئ چې يوه مربع د $a+b$ ضلعې په اوږدوالي سره جوړه شي.

د شکل له مخې آيا لاندې مساوات سم دي؟

د هغې مربع مساحت چې ضلعې يې c وي + د 4 انطباق منونکی قايم الزاويه مثلثونو مساحت = د مربع مساحت د $(a+b)$ په ضلعې سره



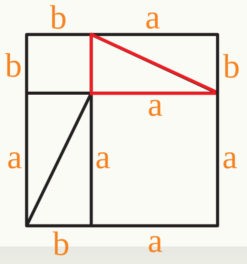


• بيا د b,a په اوږدوالی څلور انطباق منونکی قايم الزاويه مثلثونه او دوه مربع ګانې، چې د ضلعو اوږدوالی يې د مثلث د قايمو ضلعو سره مساوي يعنې a او b وي، جوړ کړئ.

• دا څلور مثلثونه او دوه مربع ګانې لکه مخامخ شکل يو د بل ترڅنګ داسې کيږدئ چې يوه بله لويه مربع د $(a+b)$ د ضلعې په اوږدوالي سره جوړه شي.

د پورته شکل له مخې آيا لاندې مساوات سم دي؟

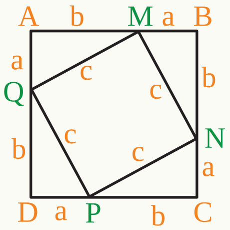
د مربع مساحت د b په ضلعې سره + د مربع مساحت د a په ضلعې سره + 4 انطباق منونکو قايم الزاويه مثلثونو مساحت = د مربع مساحت د (a+b) په ضلعې سره



د پورته مساوات له مخې د پورتنيو شکلونو د هغو مربع ګانو مساحت، چې د ضلعو اوږدوالي يې $a+b$ دی، که چيرې له پورته دوو شکلونو څخه 4 انطباق منونکی ورکړ شوي مثلثونه لرې کړو، د هغو پاتې مساحت هم بايد يو له بل سره مساوي وي. له دې امله ويلای شو: $c^2=a^2+b^2$ دا رابطه په لومړي ځل د فيثاغورث په واسطه ثابت شوی ده.

قضيه: په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې مربع مساحت چې د وتر په اوږدوالی جوړيږي د هغو دوو مربع ګانو د مساحتونو له مجموعې سره برابره ده چې د مثلث د قايمې زاويې د اضلاعو په اوږدوالی جوړيږي.

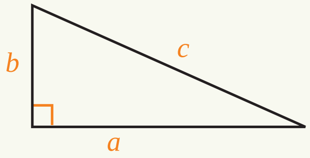
فعالیت



په مخامخ شکل کې د $a+b$ پر ضلعې یوه مربع لرو:

- آیا د MNPQ خلور ضلعې یوه مربع ده؟ خرگنده یې کړئ.
- د ABCD د مربع مساحت یو ځل په مستقیمه توگه د $a+b$ د ضلعې د اوږدوالي په کارولو سره محاسبه کړئ.
- د ABCD د مربع مساحت د خلورو $\overset{\Delta}{AMQ}$ ، $\overset{\Delta}{MNB}$ ، $\overset{\Delta}{NCP}$ ، $\overset{\Delta}{DPQ}$ انطباق منونکو مثلثونو او MNPQ د مربع د مساحتونو د مجموع په کارولو سره محاسبه کړئ.

په دوو پراونو کې د لاس ته راغلی رابطو له پرتله کولو څخه څه نتیجه اخلئ.
پورتنی فعالیت د فیثاغورث د قضیې په نامه شهرت لري.



د فیثاغورث قضیه:

په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر مربع د هغه مثلث د قایمو ضلعو د مربعاتو له مجموعې سره مساوي ده، یعني: $a^2+b^2=c^2$

ثبوت: د پورته شکل له مخې لیکلای شو:

$$S_{(ABCD)} = (a+b)(a+b)$$
$$= a(a+b)+b(a+b)$$
$$= a^2+ab+ba+b^2$$
$$= a^2+2ab+b^2 \ldots\ldots\ldots\ldots.1$$

له بلې خوا، څرنگه چې:

$$S_{(ABCD)} = 4S_{(\overset{\Delta}{AMQ})} + S_{(MNPQ)}$$
$$= 4(\frac{1}{2}ab)+c^2 \ldots\ldots\ldots..II$$

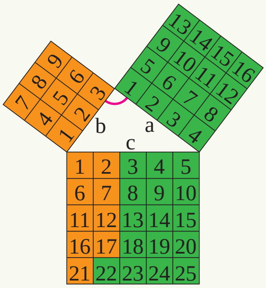
د I او II رابطو له پرتله کولو څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي:

$$\Rightarrow \quad a^2+b^2+2ab = 4(\frac{1}{2}ab)+c^2$$
$$\Rightarrow \quad a^2+b^2+2ab = 2ab+c^2$$
$$\Rightarrow \quad \boxed{a^2+b^2=c^2}$$

لومړی مثال: د یوه مثلث د ضلعو اوږدوالی په لاندې ډول دي.

$a=4cm$ ، $b=3cm$ ، $c=5cm$

حل: په شکل کې ليدل کيږي چې د (a) پر ضلعې باندې 16 مربع گانې چې هره ضلع يې $1cm$ دی، شته.
د (b) په قايمې ضلعې باندې 9 مربع گانې چې هره ضلع $1cm$ اوږده ده، شته او د c په قايمې ضلع باندې 25 مربع گانې، چې هرې ضلعې اوږدوالی يې $1cm$ دی شته دي



په نتيجه کې: $25cm^2 = 16cm^2 + 9cm^2$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

دويم مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قايم الزاويه مثلث کې د AC د ضلعې اندازه حساب کړئ.

حل:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

$$(25)^2 = \overline{AC}^2 + (15)^2$$

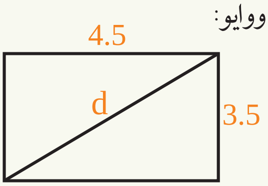
$$625 = \overline{AC}^2 + 225$$

$$\overline{AC}^2 = 625 - 225$$

$$\overline{AC}^2 = 400\ ,\quad \overline{AC} = 20\,\text{cm}$$

دريم مثال: د مستطيل ضلعې په ترتيب سره $3.5cm$ او $4.5cm$ دي د قطر اوږدوالی حساب کړئ.

حل: د فيثاغورث له قضيې سره سم که چېرې د قطر اوږدوالی ته d ووايو:



$$d^2 = (4.5\text{cm})^2 + (3.5\text{cm})^2$$

$$d^2 = 20.25\text{cm}^2 + 12.25\text{cm}^2$$

$$d^2 = 32.50\text{cm}^2 \Rightarrow d = \sqrt{32.50\text{cm}^2} \Rightarrow d \approx 5.7\text{cm}$$

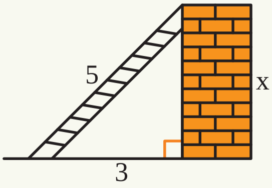
تمرين

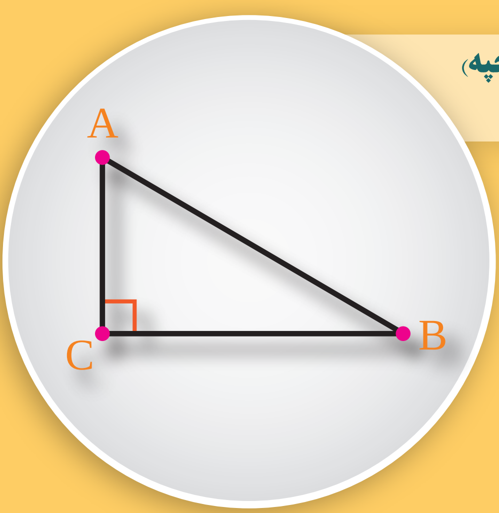
1- د خپل ټولګی اوږدوالی او سور په متر اندازه کړئ. د دوو مخامخ کونجونو فاصله لومړی د فيثاغورث د قضيې په کارولو او بيا د خط کش په واسطه حساب کړئ. نتيجې يې پرتله کړئ.

2- که چېرې د مربع د يوې ضلعې اوږدوالی 4 واحده وي د قطر اوږدوالی يې پيدا کړئ.

3- د ABC په قايم الزاويه مثلث کې $\overline{BC} = 6$ ، $\overline{AB} = 8$ دی د وتر اوږدوالی پيدا کړئ؟

4- په مخامخ شکل کې زينې له ځمکې او ديوال سره يو قايم الزاويه مثلث جوړ کړی دی. که چيرې د زينې اوږدوالی $5m$ او د يوې قايمې ضلعې اوږدوالی $3m$ وي د هغې بلې ضلعې يعنې x قيمت پيدا کړئ.





د فیثاغورث د قضیې عکس (سرچپه)
Pythagoraen

درې اختیاري ټوټه خطونه په کوم حالت کې قایمه الزاویه مثلث جوړوي؟

فعالیت

- د $3,4,5$ ضلعو په اوږدوالي یو مثلث رسم کړئ.
- ددې مثلث د زاویو اندازه حساب کړئ.
- لاس ته راغلی مثلث څه ډول مثلث دی؟
- ددې مثلث د ضلعو د اوږدوالي تر منځ څه ډول رابطه لیدل کیږي؟
- پورتنی فعالیت د داسې مثلث لپاره سرته ورسوئ چې د ضلعو اوږدوالي يې په ترتیب سره $10,8$ او 6 وي.

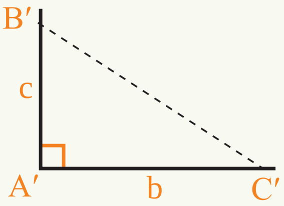
پورتنی عمل د فیثاغورث د قضیې د عکس (سرچپه) په نامه په لاندې توګه بیانولی شو:

د فیثاغورث د قضیې عکس (سرچپه):

که چیرې په یوه مثلث کې د دوو ضلعو د مربعاتو مجموعه د هغه د دریمې ضلعې له مربع سره مساوي وي، نو مثلث قایم الزاویه دی.

ثبوت: فرض کړئ چې د ABC مثلث د a, b او c ضلعو په اوږدوالی لرو: $a^2 = b^2 + c^2$

د $A'B'C'$ مثلث د b او c ضلعو په اوږدوالي سره داسې رسموو چې د A' راس يې قایم وي. ددې کار لپاره لومړی د A' قایمه زاویه رسموو او د هغې زاویې د ضلعو په مخ باندې د b او c په اوږدوالی ټوټه خطونه جلاکوو او هغو ټکو ته B' او C' وایو.



د فیثاغورث له قضیې سره سم د $A'B'C'$ په قایم الزاویه مثلث کې لرو: $\overline{B'C'}^2 = b^2 + c^2$

له بلې خوا پوهیږو چې: $b^2 + c^2 = a^2$

په نتیجه کې: $\overline{B'C'}^2 = a^2$

$\overline{B'C'} = a$

نو د ABC او $A'B'C'$ دوه مثلثونه چې درې واړه ضلعې یې سره مساوي دي، انطباق منونکي دي. په نتیجه کې د هغو زاویې هم یوبه یو مساوي دي، نو د A زاویه یې قایمه ده، یعنې د ABC مثلث، قایم الزاویه مثلث دی.

مثال: یو مثلث چې د ضلعو اوږدوالی یې په ترتیب $\overline{AB} = \sqrt{3}$, $\overline{AC} = \sqrt{2}$ او $\overline{BC} = \sqrt{5}$ وي، وواياست چې دامثلث څه ډول مثلث دی؟

حل: د مثلث د ضلعو د اندازو له مخې لرو، چې:

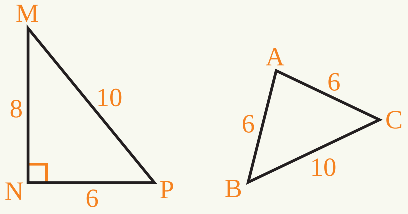
$$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

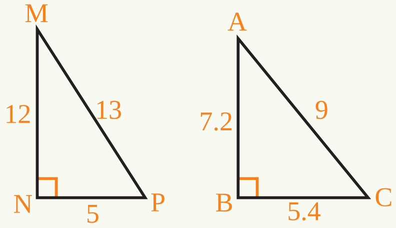
نو د فیثاغورث د قضیې له عکس سره سم ویلای شو چې ABC مثلث د A په راس کې قایم دی.

تمرین

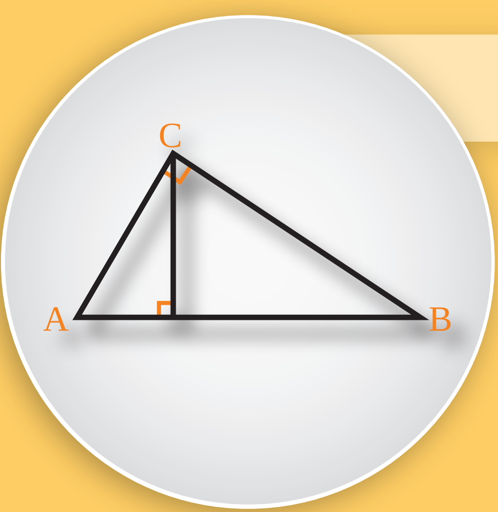
1- د ABC او MNP دوه مثلثونه درکړل شوي دي وښیاست چې کوم یو یې قایم الزاویه مثلث دی؟



2- په لاندې قایم الزاویه مثلثونو کې د فیثاغورث د قضیې د سموالي څېړنه وکړئ.



د قایم الزاویه مثلث قضیې



په مخامخ شکل کې څو قایم الزاویه مثلثونه وینئ؟ آیا دا مثلثونه یو بل ته ورته دي؟

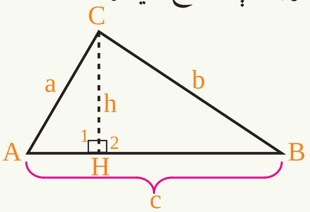
فعالیت

- د ABC قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د C زاویه يې قایمه وي.
- د C له راس څخه د هغه په وتر باندې یوه ارتفاع رسم کړئ او هغه ته $\overline{CH}$ وواياست؟
- د ACH او BCH مثلثونه څه ډول مثلثونه دي؟
- آیا د ACH او ABC مثلثونه یو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟
- آیا د BCH او ABC مثلثونه یو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟
- آیا د ACH او BCH مثلثونه یو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟

له پورتني فعالیت څخه لیدل کیږي، چې که د قایم الزاویه مثلث په وتر باندې ارتفاع رسم شي، نوموړی مثلث په دوو ورته مثلثونو باندې ویشي. ددې مطلب په کارولو سره کولای شو د لاندې قضیې په ثبوت کې ترې ګټه واخلو:

لومړۍ قضیه: په هر قایم الزاویه مثلث کې، د قایمو ضلعو د ضرب حاصل د وتر او په وتر باندې د رسم شوي ارتفاع د ضرب له حاصل سره مساوي وي.

ثبوت: فرض کړئ چې $\overline{CH}$ د *ABC* قایم الزاویه مثلث پر وتر باندې ارتفاع وي نو د *ACH* او *ABC* په دوو مثلثونو کې لرو، چې:



$$\left.\begin{array}{l}\hat{C}=\hat{H}_1=90^\circ\\ \hat{A}=\hat{A} \text{ ګډه زاویه}\end{array}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{ACH}$$

نتیجه:

له دوو، ورته مثلثونو څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د دوو مثلثونو د مساوي زاویو مخامخ ضلعې سره متناسبې دي، یعني:

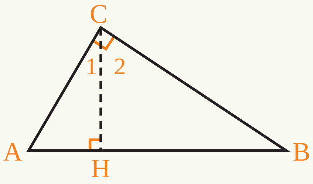
$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{CH}}{\overline{CB}}\Rightarrow \overline{AC}\cdot\overline{CB}=\overline{CH}\cdot\overline{AB}$$

دویمه قضیه: په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر اړوند د ارتفاع مربع د هغو دوو ټوټو خطونو د ضرب له حاصل سره مساوي ده چې نوموړې ارتفاع یې پر وتر باندې بېلوي.

ثبوت: فرض کړئ چې CH د ABC قایم الزاویه مثلث پر اړوند وتر باندې ارتفاع وي.

د ABC په قایم الزاویه مثلث کې لرو، چې: $\hat{A}+\hat{B}=90^\circ$..............I

همدارنګه د ACH په قایم الزاویه مثلث کې لرو، چې: $\hat{A}+\hat{C}_1=90^\circ$............II



د I او II رابطو له پرتله کولو څخه نتیجه لاس ته راځي، چې: $\hat{B}=\hat{C}_1$

په همدې ډول ښودلای شو، چې: $\hat{A}=\hat{C}_2$ ده. ولې؟

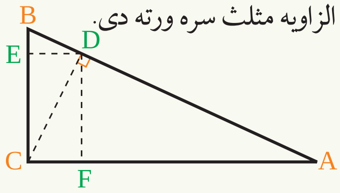
د ACH او CBH په دوو قایم الزاویه مثلثونو کې لرو:

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}=\hat{C}_2\\ \hat{C}_1=\hat{B}\\ \hat{H}_1=\hat{H}_2=90^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{ACH}\sim\overset{\Delta}{CBH}$$

د پورته دوو مثلثونو له ورته والي څخه ویلای شو چې ددې دوو مثلثونو د مساوي زاویو مخامخ ضلعې سره متناسبې دي، یعني:

$$\frac{\overline{CH}}{\overline{HB}}=\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}\Rightarrow \overline{CH}^2=\overline{AH}\cdot\overline{HB}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $\overline{CD}$ پر $\overline{AB}$ باندې عمود دی او د DECF خلور ضلعي یو مستطیل دی، وښیاست چې $\overset{\Delta}{BED}$ مثلث له ABC قایم الزاویه مثلث سره ورته دی.



حل: د $\overset{\Delta}{ACB}$ او $\overset{\Delta}{BED}$ په مثلثونو کې وینو چې:

مشترک زاویه ده $\hat{B}=\hat{B}$

څرنګه چې $\overline{DE}\parallel\overline{AC}$ دی او $\overline{BC}$ د هغو قاطع ده. نو د قاطع یوې خوا ته زاویې سره مساوي دي. $\hat{C}=B\hat{E}D=90^\circ$ دي.

د دواړو مثلثونو دوه زاویې یو له بله سره مساوي دي. نو له دې امله د ضلعو په منځ کې یې تناسب شته.

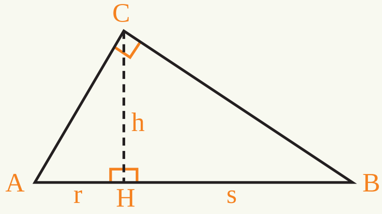
په پایله کې د مثلثونو د ورته والي (مشابه) په پام کې نیولو سره ویلای شو.

$$\overset{\Delta}{BDE}\sim\overset{\Delta}{ACB}$$

نوټ: په شکل کې د ورته (مشابه) مثلثونو شمېر حساب کړئ.

دویم مثال: په لاندې شکل کې د $\overline{CH}$ د ABC قایم الزاویه مثلث پر اړوند وتر باندې ارتفاع ده. که چېرې $r=4cm$ ، $s=9cm$ وي h پیدا کړئ.

حل:



$$\overline{CH}^2=\overline{AH}\cdot\overline{BH}$$

$$\overline{CH}^2=4\cdot 9$$

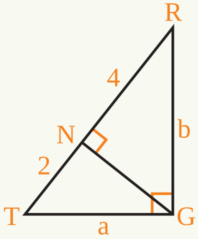
$$\overline{CH}^2=36$$

$$\sqrt{\overline{CH}^2}=\sqrt{36}$$

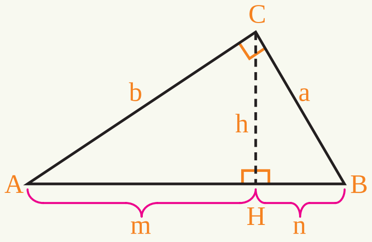
$$\overline{CH}=6cm$$

تمرین

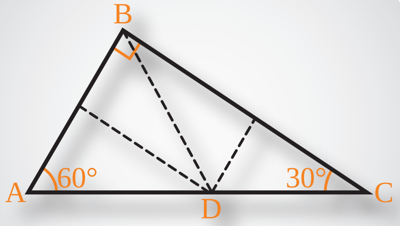
1- په لاندې قایم الزاویه مثلث کې چې د G زاویه یې قایمه ده، د a او b قیمتونه په لاس راوړئ.



2- په لاندې شکل کې چې $m=9$ ، $n=3$ وي او $\overline{CH}$ د ABC قایم الزاویه مثلث د $\overline{AB}$ پر وتر باندې ارتفاع دی، د a ، b او h قیمتونه پیدا کړئ.

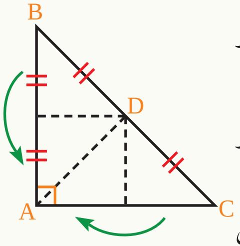


په قايم الزاويه مثلث کې د 30° او 60° زاويو قضيې لپاره



آيا په مخامخ شکل کې د 30° زاويې مخامخ ضلعه د وتر د اوږدوالی له نيمايي سره برابره ده؟

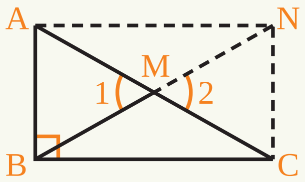
فعاليت



- د کاغذ پر مخ باندې يو قايم الزاويه مثلث دلاندې شکل په توګه رسم او بياتې کړئ.
- د ABC مثلث داسې قات کړئ چې د B راس د A په راس سر په سر ولويږي.
- همدارنګه دويم واري داسې قات کړئ چې د C راس د A په راس باندې ولويږي.
- که چيرې د تقاطع ټکي ته D ووايو. آيا ويلای شو چې $\overline{AD}=\overline{DC}=\overline{DB}$ دي؟ ولې؟

هغه پايله چې د پورته فعاليت څخه په عملي توګه لاس ته راځي کولای شو د لاندې قضيې په توګه يې ثابت کړو:

قضيه: په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې مياني اوږدوالی چې له قايم راس څخه په وتر باندې رسم کيږي د وتر د اوږدوالي له نيمايي سره مساوي دی.



ثبوت: فرض کړو چې $\overline{BM}$ د ABC دمثلث په وتر باندې ميانه ده. غواړو وښيو چې:

$$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AC}$$

د ثبوت لپاره د $\overline{BM}$ ميانه په خپله اندازه اوږدوو، تر څو د N ټکي په لاس راشي.

نو: $\overline{BM} = \overline{MN}$

د AMB او MNC په دوو مثلثونو کې لرو، چې:

$\overline{AM} = \overline{MC}$ ...BMمیانه ده

$\overline{BM} = \overline{MN}$ ...د ترسیم له مخې

$\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ ...متقابل بالراس

$\Rightarrow \overset{\Delta}{AMB} \cong \overset{\Delta}{MNC}$

د AMB او MNC دوو انطباق منونکو مثلثونو په پام کې نیولو سره داسې پایله لاس ته راځي چې ددې مثلث هم ډوله اجزاوې هم سره انطباق منونکي دي، یعني:

$\overline{AB} = \overline{NC}$.............I

په همدې ډول د AMN او BMC دوو انطباق منونکو مثلثونو څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي:

$\overline{AN} = \overline{BC}$.............II

له I اوII رابطو څخه لیکلای شو چې د ABCN په څلور ضلعي کې مخامخ ضلعې یو له بله سره مساوي دي، څرنګه چې یوه زاویه یې قایمه ده. نو: ABCN یو مستطیل دی.

له بلې خوا پوهیږو چې په مستطیل کې قطرونه یو له بل سره مساوي او همدارنګه یو بل نمایي کوي.

نو:

$\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

فعالیت

- د ABC قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د حاده زاویو اندازه یې په ترتیب سره 30° او 60° وي.
- د وتر او قایمو ضلعو اوږدوالی د خط کش په واسطه اندازه کړئ.
- ددې مثلث د ضلعو د اوږدوالي تر منځ څه ډول رابطه شته؟
- پورتنی فعالیت په بل قایم الزاویه مثلث باندې، چې زاویې یې $30^\circ, 60^\circ$ وي، تکرار کړئ.

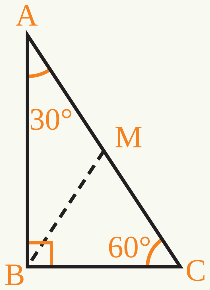
د پورتني فعالیت له لیدو څخه لاندې قضیه بیان او ثبوتولای شو.

قضیه: که چیرې په یوه قایم الزاویه مثلث کې د یوې حاده زاویې اندازه 30° وي، د دې زاویې مخامخ ضلعې اوږدوالی د وتر د اوږدوالي نیمایي دی.

ثبوت: د ABC په قایم الزاویه مثلث کې فرض کړو $\hat{A} = 30^\circ$ او $\hat{B} = 90^\circ$ وي.

غواړو ثبوت کړو چې: $\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

د ثبوت لپاره میانه رسموو او هغه ته $\overline{BM}$ وایو. د مخکنی قضیې له مخې پوهیږو چې په قایم الزاویه مثلث کې میانه د اړوند وتر نیمایي ده.



نو: $\overline{BM} = \overline{MC}$

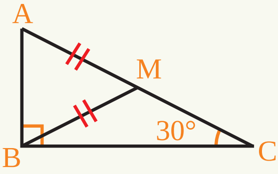
په پایله کې د BMC مثلث متساوی الساقین دی.

له دې خخه لاس ته راځي، چې: $M\hat{B}C = M\hat{C}B = 60^{\circ}$

نو د MBC مثلث متساوی الاضلاع دی. ولې؟

له دې امله: $\overline{BC} = \overline{MC}$

څرنګه چې M د AC منځنی ټکی دی. $\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AC}$



مثال: که چېرې د ABC مخامخ شکل قایم الزاویه مثلث او $\overline{BM}$ د هغه اړوند میانه، چې اوږدوالي یې 3 واحده دی، د مثلث د ضلعو اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: په قایم الزاویه مثلث کې پوهیږوچې میانه د اړوند وتر نیمایي دی:

نو: $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AC} \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}\overline{AC} \Rightarrow \overline{AC} = 6$

له بلې خوا پوهیږو چې د 30° زاویې مخامخ ضلعه د اړوند وتر نیمایي ده.

نو: $\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AC} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{1}{2}\times 6 \Rightarrow \overline{AB} = 3$

اوس د فیثاغورث د قضیې په کارولو سره د مثلث د دریمې ضلعې اندازه محاسبه کوو.

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

$$\Rightarrow 3^2 + \overline{BC}^2 = 6^2$$

$$\Rightarrow 9 + \overline{BC}^2 = 36$$

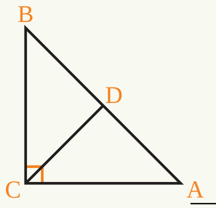
$$\Rightarrow \overline{BC}^2 = 36 - 9$$

$$\Rightarrow \overline{BC}^2 = 27$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

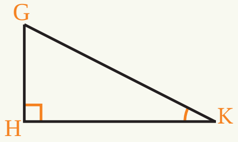
تمرین

1- د ABC په مثلث کې د $\hat{C}$ قایمه ده. که چېرې $\overline{AB}=16$ او $\overline{CD}$ د نوموړی مثلث میانه وي، د $\overline{CD}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

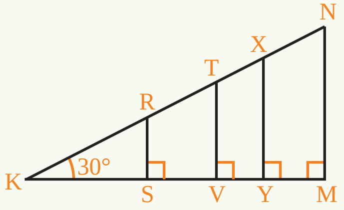


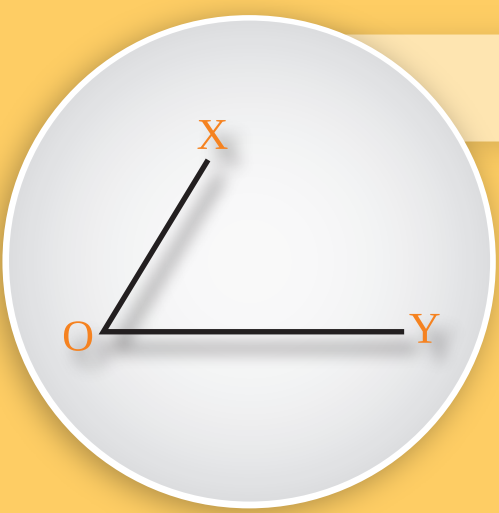
2- که چېرې په پورتني شکل کې د میانې اوږدوالی یعنې $\overline{CD}=15$ وي $\overline{AB}$ پیدا کړئ؟

3- د GHK په مثلث کې د $\hat{H}$ قایمه او $\overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{GK}$، سره دی د K زاويې اندازه پیدا کړئ.



4- د KMN په مثلث کې د M زاویه قایمه ده $\hat{K}=30^{\circ}$ ده . $\overline{XY}$, $\overline{TV}$, $\overline{RS}$ پر $\overline{KM}$ عمود دي. که چېرې $\overline{KR}=6$، $\overline{KN}=16$، $\overline{KX}=13$ او $\overline{KT}=10$ وي په دې صورت کې $\overline{XY}$, $\overline{RS},\overline{TV}$ او $\overline{MN}$ پیدا کړئ.





ناصف الزاویه

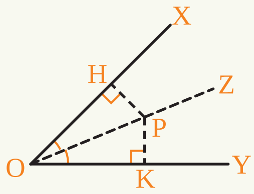
آیا د یوه ناصف الزاويې ټول ټکي د همغه زاويې له دوو ضلعو څخه مساوي فاصله لري؟

فعالیت

- د $\hat{xoy}$ زاويې، ناصف الزاويه رسم او هغه ته $\overline{OZ}$ وواياست.
- يو اختياري ټکی د $\overline{OZ}$ په مخ باندې وټاکي او هغه ته P وواياست.
- د P له ټکي څخه د زاويې په دوو ضلعو د ox او oy باندې عمودونه رسم کړئ هغو ته $\overline{HP}$ او $\overline{KP}$ وواياست.
- د $\overline{HP}$ او $\overline{KP}$ اوږدوالې د خط کش په واسطه اندازه کړئ. ددې عمود د اوږدوالی تر منځ څه ډول اړيکي ليدل کيږي؟

کولی شو پورتنی ليدني د لاندې قضيې په توګه بيان او ثبوت کړو.

قضيه: د ناصف الزاويې هر ټکی د زاويې له دوو ضلعو څخه مساوي الفاصله دی.



ثبوت: فرض کوو چې $\overline{OZ}$ د $Y\hat{O}X$ ناصف الزاويه وي، غواړو وښيو چې:

$$\overline{PH} = \overline{PK}$$

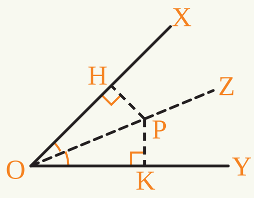
د OHP او OKP په دوو مثلثونو کې لرو چې:

$$\left.\begin{array}{ll} \hat{H} = \hat{K} = 90^\circ & \\ X\hat{O}Z = Y\hat{O}Z & \overline{OZ} \text{ ناصف الزاويه دی،} \\ \overline{OP} = \overline{OP} & \text{ګډه ضلعه ،} \end{array}\right\} \Rightarrow O\overset{\Delta}{P}K \cong O\overset{\Delta}{P}H$$

د OPK او OPH په دوو قايم الزاويه مثلثونو کې د وتر او يوې حاده زاويې له مساوي کېدو څخه داسې نتيجه اخلو چې دا دوه مثلثونه انطباق منونکې دي. له دې امله: $\overline{PH} = \overline{PK}$

د پورتنۍ قضيې عکس (سرچپه) هم سم دی.

قضيه: هر ټکی چې د يوې زاويې له دوو ضلعو څخه متساوی الفاصله وي هغه ټکی د ناصف الزاويې پر مخ باندې پروت دی.



ثبوت: فرضوو چې د P ټکی د $\overline{XO}$ او $\overline{YO}$ له دوو ضلعو څخه متساوی الفاصله وي، يعني: $\overline{PH} = \overline{PK}$
غواړو وښيو چې د P ټکی د YOX زاويې د ناصف الزاويه پر مخ باندې دی يعني: $X\hat{O}P = Y\hat{O}P$

ددې ثبوت لپاره د $\overline{OX}$ او $\overline{OY}$ پر ضلعو باندې د $\overline{PH}$ او $\overline{PK}$ عمودونه رسموو د HPO او KPO دوه قايم الزاويه مثلثونه په پام کې نيسو:

$\overline{PH} = \overline{PK}$ د فرضيې له مخې
$\hat{H} = \hat{k} = 90^\circ$
$\overline{OP} = \overline{OP}$ ګډه ضلعه

$= \overset{\Delta}{OPH} \cong \overset{\Delta}{OPK}$

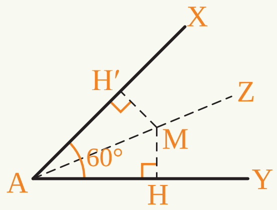
نو د حاده زاويې د يوې ضلعې او وتر له مساوي کېدو څخه داسې پايله لاس ته راځي چې د OPH او OPK مثلثونه انطباق منونکې دي. له دې امله د هغو هم ډوله زاويې هم سره انطباق منونکې دي.

نو: $X\hat{O}P = Y\hat{O}P$

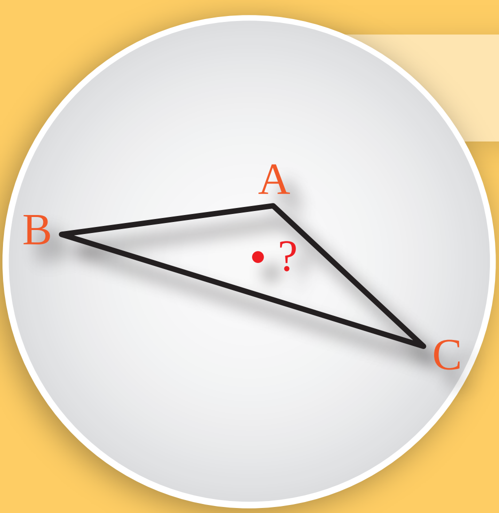
يعني د P ټکی د $X\hat{O}Y$ د ناصف الزاويې پر مخ باندې موجود دی.

تمرين

په لاندې شکل کې د M ټکی د A زاويې د ناصف الزاويې پر مخ باندې دی او $\overline{MH'}$ پر $\overline{AX}$ باندې عمود دی د AMH مثلث د ضلعو اوږدوالی په لاس راوړئ.



د مثلث د داخلي زاویو ناصفونه



ایا کولای شو د مثلث دننه داسې یو ټکی پیدا کړو چې له درې واړه ضلعو څخه مساوي فاصله ولري؟

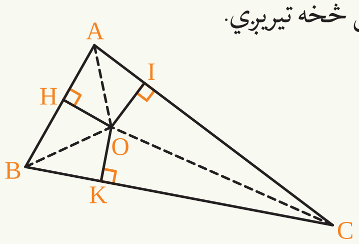
فعالیت

- د ABC یو اختیاري مثلث رسم کړئ.
- د B او C زاویو داخلي ناصفونه رسم کړئ چې یو بل دO په ټکي کې قطع کړي.
- د A زاویې داخلي ناصف الزاویه رسم کړئ.
- آیا د A ناصف الزاویه هم د O له ټکي څخه تیریږي؟
- د $A'B'C'$ یو بل اختیاري مثلث رسم کړئ او پورتنی فعالیت د هغه لپاره هم تکرار کړئ.

کولای شو پورتنی لیدنې په لاندې توګه بیان او ثبوت کړو.

قضیه: په هر مثلث کې داخلي ناصف الزاویې یو بل دمثلث په دننه کې په یوه ټکي کې قطع کوي.

ثبوت: فرضوو چې د ABC په مثلث کې د $\hat{B}$ او $\hat{C}$ ناصف الزاویې یو بل د O په ټکي کې قطع کوي. اوس ښیو چې د $\hat{A}$ ناصف الزاویه هم د O له ټکي څخه تیریږي.



د لاندې شکل په پام کې نیولو سره لرو:

څرنګه چې O د $\hat{B}$ ناصف الزاویې پر مخ باندې دی.

نو: $\overline{OH}=\overline{OK}$..................I

همدارنګه O د $\hat{C}$ ناصف الزاویې پر مخ باندې هم دی.

نو: $\overline{OK}=\overline{OI}$..................II

پوهیږو که چیرې د دوو مساواتو یوه خوا یو له بل سره مساوي او بله خوا یې هم سره مساوي کیږي له دې امله د I او II رابطو څخه نتیجه لاس ته راځي:

$$\overline{OH}=\overline{OI}$$

له بلې خوا له مخکنۍ قضيې څخه پوهيږو هر ټکی چې د يوې زاويې له دوو ضلعو څخه مساوي الفاصله وي هغه ټکی د هغې زاويې د نيمايي کوونکی (ناصف الزاويه) پر مخ پروت دی.

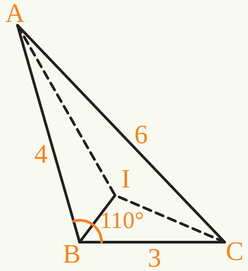
له دې امله د O ټکې د A ناصف الزاويې پر مخ باندې هم پروت دی.

په نتيجه کې ويلای شو: د مثلث درې واړه داخلي ناصف الزاويې يو بل په يوه ټکی کې قطع کوي.

مثال: يو مثلث د 3،6 او 4 ضلعو په اوږدوالي رسم کړئ. وښياست چې ناصفونه يو بل په يوه ټکی کې قطع کوي.

حل: لومړی د راکړ شوو ضلعو په اوږدوالی د ABC مثلث رسموو. بيا په ترتيب سره د A ، B او C له راسونو څخه د هغو زاويو ناصفونه رسموو.

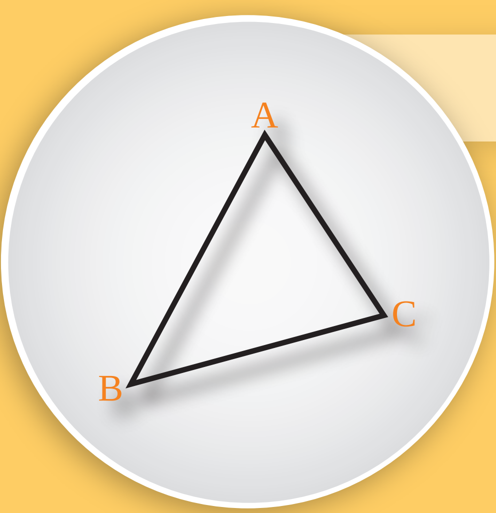
ليدل کيږي چې درې واړه ناصفونه يو بل په يوه ټکی کې قطع کړي دي.



تمرين

1- يو مثلث د $\hat{A} = 20^{\circ}, \hat{B} = 75^{\circ}$ او $\hat{C} = 85^{\circ}$ په زاويو سره رسم کړئ وښاياست چې ددې زاويو ناصفونه يو بل په يو ټکی کې قطع کوي.

په یوه مثلث کې عمودي ناصف



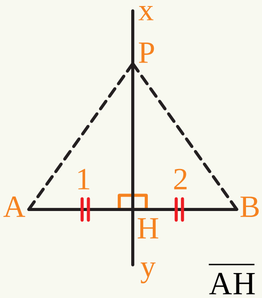
ایا د مثلث د یوې ضلعې عمودي ناصف هرومرو د هغې له مخامخ راس څخه تیریږي؟

فعالیت

- د $\overline{AB}$ د ټوټې خط عمودي ناصف رسم کړئ.
- د $\overline{AB}$ د ټوټې خط پر عمودي ناصف باندې د P یو ټکی وټاکئ.
- د $\overline{AB}$ د ټوټې خط دوه سرونه (پای ټکي) له P سره ونښلوئ.
- د $\overline{PA}$ او $\overline{PB}$ اوږدوالی د خط کش په واسطه اندازه کړئ، دا اوږدوالي یو له بل سره څه ډول رابطه لري؟
- د $\overline{A'B'}$ یو بل ټوټه خط رسم کړئ او پورتنی فعالیت پر هغه باندې تکرار کړئ.

د پورتني لیدني نتیجه په لاندې توګه ثبوت او بیانولای شو:

قضیه: د یوه ټوټه خط د عمودي ناصف پر مخ باندې هر ټکی د نوموړي ټوټه خط له دوو سرونو (انجامونو) څخه متساوي الفاصله دي.



ثبوت: فرضوو چې XY د $\overline{AB}$ د ټوټه خط عمودي ناصف دي غواړو وښیو د P هر اختیاري ټکی چې د عمودي ناصف پر مخ باندې دی د A او B څخه په مساوي فاصله کې پروت دی.

یعنې: $\overline{PB} = \overline{PA}$

د PAH او PHB له دوو مثلثونو څخه لرو چې:

$\overline{AH} = \overline{BH}$ ،XY عمودي ناصف دی

$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ ،XY عمودي ناصف دی

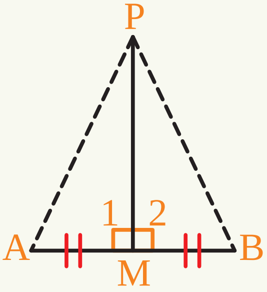
$\overline{PH} = \overline{PH}$ ،ګډه ضلعه

$$\Rightarrow \overset{\Delta}{PAH} \cong \overset{\Delta}{PBH}$$

څرنګه چې د PAH او PBH په دوو مثلثونو کې دوه ضلعې او د منځ زاويه يې مساوي ده له دې امله نوموړي مثلثونه انطباق منونکي دي. په نتيجه کې د هغو هم ډوله ضلعې هم يو له بل سره مساوي دي يعنې: $\overline{PB}=\overline{PA}$

د پورتنۍ قضيې عکس (سرچپه) هم سم دی.

قضيه: هر ټکی چې د يوه ټوټه خط له دوو انجامونو څخه مساوي فاصله ولري نوموړی ټکی د ټوټه خط په عمودي ناصف باندې پراته دی.



ثبوت: فرضوو چې د P ټکی د AB د ټوټه خط له دوو انجامونو څخه مساوي فاصله لري.

يعنې: $\overline{PB}=\overline{PA}$

غواړو وښيو چې دP ټکی د $\overline{AB}$ د ټوټه خط د عمودي ناصف پر مخ باندې پروت دی.

څرنګه چې: $\overline{PB}=\overline{PA}$ دی، نو PAB مثلث متساوی الساقين دی له دې امله: $\hat{A}=\hat{B}$

د $\overline{AB}$ ټوټه خط منځنې ټکي ته M وايو.

نو: $\overline{AM}=\overline{MB}$

اوس د P ټکی د $\overline{AB}$ د ټوټه خط له منځنې ټکي سره نښلوو چې د PAM او PBM دوه مثلثونه لاس ته راځي:

$$\left.\begin{array}{ll}\overline{PA}=\overline{PB}\cdots & \text{د فرضيې له مخې}\\ \overline{MA}=\overline{MB}\cdots & \text{M منځنی ټکی}\\ \hat{A}=\hat{B}\cdots & \text{د متساوي الساقين مثلث له مخې}\end{array}\right\}\Rightarrow P\overset{\Delta}{A}M\cong P\overset{\Delta}{B}M$$

اوس د PAM او PBM دوه مثلثونو په پام کې نيسو چې د هغو دوه ضلعې او د منځ زاويه يې مساوي او يو په بل باندې منطبق دي، په پايله کې نوري هم ډوله زاويې هم سره مساوي دي، يعنې:

$$\hat{M}_1=\hat{M}_2$$

څرنګه چې:

$$\hat{M}_1+\hat{M}_2=180^\circ$$

نو:

$$\hat{M}_1=\hat{M}_2=90^\circ$$

نو ويلای شو چې $\overline{PM}$ د $\overline{AB}$ ټوټه خط عموداً نيمايي کړئ دی او د P ټکی د AB د ټوټه خط په عمودي نيمايي کوونکي باندې پروت دی.

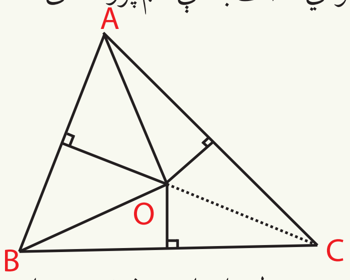
فعالیت

- د ABC یو کیفي مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ د ضلعو عمودي ناصفونه رسم کړئ. د هغو د تقاطع ټکي ته O وواياست.
- د $\overline{BC}$ د ضلعې عمودي ناصف رسم کړئ آیا دا عمودي ناصف هم د O له ټکې څخه تیریږي؟
- د $A'B'C'$ یو بل اختیاري مثلث رسم او پورتنۍ فعالیت وربانديې سر ته ورسوئ.

کولی شو د پورتني فعالیت لیدنې په لاندې توګه بیان او ثبوت کړو.

قضیه: په هر مثلث کې د هغه د ضلعو عمودي ناصفونه یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.

ثبوت: د ABC په مثلث کې د $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ د ضلعو عمودي ناصفونه یو بل د O په ټکي کې قطع کړي دي. غواړو وښیو چې د O ټکی د $\overline{BC}$ د ضلعې په عمودي ناصف باندې هم پروت دئ.



څرنګه چې O د $\overline{AB}$ پر عمودي ناصف باندې پروت دی.

نو: $\overline{OA}=\overline{OB}$..................I

همدارنګه O د $\overline{AC}$ پر عمودي ناصف باندې پروت دي.

نو: $\overline{OA}=\overline{OC}$..................II

د I او II مساواتو څخه لیکلای شو، چې:

$$\overline{OB}=\overline{OC}$$

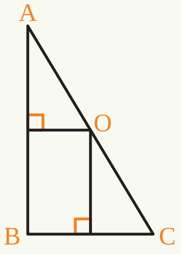
له بلې خوا له مخکنۍ قضیې څخه پوهیږو چې هر ټکی د یوه توټه خط د انجامونو څخه په مساوي فاصله کې پروت وي دا ټکی د نوموړي توټه خط د عمودي ناصف په مخ باندې پروت دی. نو ویلای شو چې د O ټکی د $\overline{BC}$ د ضلعې په عمودي ناصف باندې پروت دئ.

په نتیجه کې ویلای شو: د هر مثلث د ضلعو عمودي ناصفونه یو بل په یوه ټکی کې قطع کوي.

مثال: یو قایم الزاویه مثلث رسم کړئ. د هغه د ضلعو د عمودي ناصفونو ځای پیدا کړئ.

حل: د ABC قایم الزاویه مثلث رسم او د هغه د ضلعو عمودي ناصفونه رسموو. لیدل کیږي چې په قایم الزاویه مثلث کې د قایمو ضلعو عمودي ناصفونه یو بل د وتر په منځنۍ ټکي کې، چې د وتر پر مخ باندې پروت دی، قطع کوي.

په نتیجه کې ویلای شو: په هر قایم الزاویه مثلث کې عمودي ناصفونه یو بل په یو داسې ټکی کې چې پر وتر باندې منځنۍ ټکی دی قطع کوي.

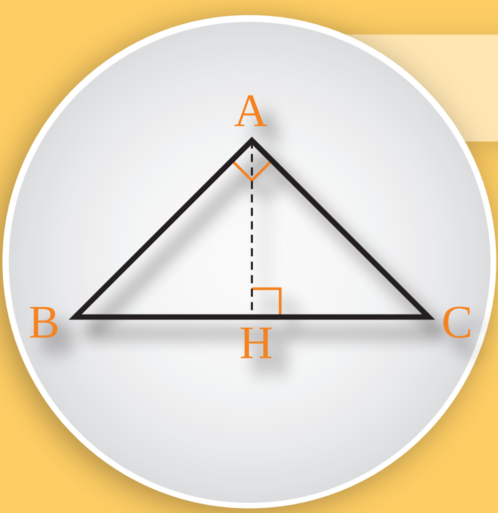


تمرین

1- د ABC مثلث د 30°, 70° او 80° په زاویو سره رسم کړئ، ددې مثلث د ضلعو د عمودي ناصفونو د تقاطع ټکی پیدا کړئ.

2- یو مثلث د 6، 4 او2.5 سانتی مترو ضلعو په اوږدوالی سره رسم کړئ او وروسته دهغو ضلعو عمودي ناصفونه رسم کړئ د عمودي ناصفونو د تقاطع ټکی پیدا کړئ.

د مثلث ارتفاع ګانې (جګوالی)



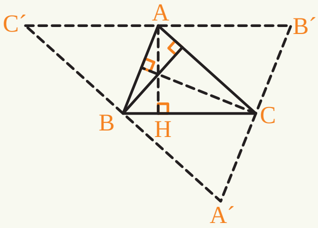
د ABC مثلث قایم الزاویه دی. که چېرې $\overline{AH}$ د نوموړې مثلث ارتفاع په وتر باندې وي، د مثلث نورې ارتفاع ګانې کومې دي؟

فعالیت

- د ABC اختیاري مثلث رسم کړئ.
- د A له راس څخه د $\overline{BC}$ په ضلعې باندې ارتفاع رسم او د هغه پای ته H وواياست.
- د ABC مثلث له راسونو څخه د هغه له ضلعو سره موازي خطونه رسم کړئ.
- له دې خطونو څخه لاس ته راغلي مثلث ته $A'B'C'$ وواياست. په داسې حال کې چې $\overline{B'C'} \,//\, \overline{BC}$, $\overline{A'C'} \,//\, \overline{AC}$ او $\overline{A'B'} \,//\, \overline{AB}$ دي.
- آیا $\overline{AH}$ پر $\overline{B'C'}$ عمود دی؟ ولې؟
- آیا د $ABCB'$ څلور ضلعي متوازي الاضلاع ده؟ ولې؟
- آیا $\overline{AB'} = \overline{AC}$ دي؟ ولې؟
- آیا $\overline{AH}$ د $\overline{B'C'}$ عمودي نیمایي کوونکی دی؟ ولې؟

له پورته فعالیت څخه لیدل کیږي که چېرې د یوه مثلث له راسونو څخه د هغه له ضلعو سره موازي خطونه رسم کړو، یو بل مثلث جوړیږي، چې په دې صورت کې د لومړي مثلث ارتفاع ګانې د جوړ شوي مثلث د ضلعو عمودي نیمایي کوونکي دي.

پوهیږو د مثلث د ضلعو عمودي نیمایي کوونکي یو بل، په یوه ټکي کې قطع کوي، نو د مثلث ارتفاع ګانې هم یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.



قضيه: په هر مثلث کې ارتفاع ګانې په يوه ټکي کې متقاطع دي.

ثبوت: د ABC مثلث له راسونو څخه داسې خطونه رسموو چې د نوموړی خطونو له تقاطع څخه، لکه په شکل کې، د $A'B'C'$ مثلث جوړ شي. له شکل څخه ليکلای شو:

$\overline{B'C'} /\!/ \overline{BC}$ ، $\overline{A'C'} /\!/ \overline{AC}$ او $\overline{A'B'} /\!/ \overline{AB}$.

ددې په پام کې نيولو سره چې د $ABCB'$ څلور ضلعي مخامخ ضلعې يو له بله سره موازي دي. نو داسې پايله لاس ته راځي چې دا څلور ضلعي يوه متوازي الاضلاع ده.

له دې امله د $ABCB'$ د څلور ضلعي مخامخ ضلعې سره مساوي دي.

يعنې: $\overline{AB'} = \overline{BC} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots I$

په همدې ډول د $ACBC'$ څلور ضلعي هم يوه متوازي الاضلاع ده، په پايله کې:

$\overline{AC'} = \overline{BC} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots II$

د I او II رابطو څخه نتيجه لاس ته راځي چې: $\overline{AB'} = \overline{AC'}$

له بلې خوا څرنګه چې $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ او $\overline{BC} \| \overline{B'C'}$ دي نو $\overline{AH} \perp \overline{B'C'}$ دی.

څرنګه چې: $\overline{AB'} = \overline{AC'}$ او $\overline{AH} \perp \overline{B'C'}$ دی.

نو: $\overline{AH}$ د $\overline{B'C'}$ عمودي نيمايي کوونکی دی.

په همدې ډول ښودلای شو چې د $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ په ضلعو باندې ارتفاع ګانې هم په ترتيب سره د $\overline{A'B'}$ او $\overline{A'C'}$ د ضلعو عمودي نيمايي کوونکي دي. څرنګه چې عمودي نيمايي کوونکي يو بل په يوه ټکي کې قطع کوي، نو ارتفاع ګانې هم يو بل په يوه ټکي کې قطع کوي.

تمرين

1- د ABC مثلث د 5 ،4 او 6 سانتي مترو ضلعو په اوږدوالی سره رسم کړئ د هغه د ضلعو ارتفاعګانې رسم او د هغو د تقاطع د ټکی ځای وټاکئ.

2- يو قايم الزاويه مثلث رسم او ددې مثلث د ارتفاع ګانو د تقاطع ځای وټاکئ.

3- يو مثلث چې يوه زاويه يې منفرجه وي رسم او د هغه د ارتفاع ګانو د تقاطع ځای وټاکئ.

د مثلث مياني

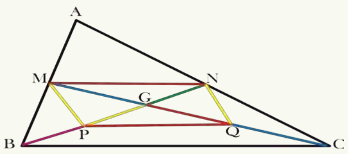
آيا فکر کولای شئ يو مثلث د يوه پنسل په تيره څوکه باندې داسې کېږدی چې ونه لوېږي؟

فعاليت

- د ABC اختياري مثلث رسم کړئ.
- د B له راس څخه د $\overline{BN}$ ميانه او د C له راس څخه د $\overline{MC}$ ميانه رسم کړئ.
- د هغو دوو ميانو د تقاطع ټکی په G سره وښياست.
- د $\overline{BG}$ او $\overline{GN}$ اوږدوالی په خط کش سره اندازه او اوږدوالي يې له يو بل سره څه رابطه لري؟
- د $\overline{CG}$ او $\overline{GM}$ اوږدوالي په خط کش سره اندازه او اوږدوالی له يو بل سره څه ډول رابطه لري؟
- د A له راس څخه د $\overline{BC}$ په ضلعې باندې ميانه رسم او د هغه پای ته K ووایاست.
- آيا $\overline{AK}$ د G له ټکي څخه تيرېږي؟
- د $\overline{AG}$ او $\overline{GK}$ اوږدوالی په خط کش سره اندازه کړئ اد اوږدوالی له يو بل سره څه ډول رابطه لري؟

قضيه: د هر مثلث مياني په يوه ټکي کې قطع کوي او د تقاطع ټکی هره ميانه د 2 او 1 په نسبت ويشي.

ثبوت: د ABC په مثلث کې د G ټکي د $\overline{BN}$ او $\overline{MC}$ د ميانو د تقاطع ځای دی. د دې په پام کې نيولو سره چې د $\overline{MN}$ ټوټه کرښه د $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ د ضلعو منځنی ټکي او يو له بل سره نښلوي د تالس د قضيې له مخې نتيجه کيږي، چې: $\overline{BC} \parallel \overline{MN}$



$$\Rightarrow \overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}..................I$$

د $\overline{BG}$ منځنی ټکي ته P وايو او د $\overline{CG}$ منځنی ټکي ته Q وايو.

$\overline{PQ}$ داسې ټوټه خط دی چې د BGC د مثلث د $\overline{BG}$ او $\overline{CG}$ د ضلعو منځنی ټکی یو له بل سره نښلوي، د تالس د قضیې له مخې د GBC په مثلث کې لرو، چې:

$$\overline{BC} \parallel \overline{PQ}$$

$$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} \ldots\ldots\ldots\ldots II$$

د I او II له رابطو څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د $MNQP$ څلور ضلعې چې دوه ضلعې یې موازي او مساوي دي، یوه متوازي الاضلاع ده.

د $MNQP$ په متوازي الاضلاع کې قطرونه یو بل نیمايي کوي، له دې امله:

$$\overline{PG} = \overline{GN} \quad \text{او} \quad \overline{QG} = \overline{GM}$$

له بلې خوا پوهیږو:

$$\overline{PG} = \overline{PB} \quad \text{او} \quad \overline{QG} = \overline{QC}$$

له دې امله لیکلای شو:

$$\overline{PG} = \overline{GN} = \overline{PB} \quad \text{او} \quad \overline{QG} = \overline{GM} = \overline{QC}$$

په پایله کې:

$$\frac{\overline{BG}}{\overline{GN}} = \frac{\overline{CG}}{\overline{GM}} = \frac{2}{1}$$

څرنګه چې د ABC په مثلث کې د $\overline{CN}$ او $\overline{BN}$ میانې په خپله خوښه یا اختیاري ټاکل شوي دي. خو دا رابطه د هرو دوو نورو غوښتل شوو میانو لپاره هم سمه ده. له دې څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د مثلث درې واړه میانې یو بل په یوه ټکی کې قطع کوي (ولې) ؟

د تقاطع ټکی، هر دوه میانې د 2 او 1 په نسبت ویشي.

د میانو د تقاطع ټکې د مثلث د ثقل مرکز دی.

تمرین

1- یو قایم الزاویه مثلث رسم کړئ. د هغه د میانو دتقاطع ځای وټاکئ؟

2- وښیاست چې په هر متساوي الاضلاع مثلث کې د میانو، ناصفونو او ارتفاع ګانو د تقاطع ځای یو ټکی دئ؟

3- که چیرې د ABC په مثلث کې د G ټکی د $\overline{AM}, \overline{BN}$ او $\overline{CK}$ د میانو د تقاطع مرکزوي وښیاست چې؟

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{AM}} = \frac{2}{3} \quad , \quad \frac{\overline{GM}}{\overline{AM}} = \frac{1}{3}$$

د پنځم فصل مهم ټکي

د متساوي الساقین مثلث قضیې
- که چېرې د یوه مثلث دوه ضلعې یو له بل سره مساوي وي نو د هغو دوو ضلعو مخامخ زاویې هم یو له بل سره مساوي دي.
- که چېرې د یوه مثلث دوې زاویې یو له بل سره مساوي وي. د نومړو زاویو مخامخ ضلعې سره مساوي دي

د فیثاغورث قضیه:
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې مربع مساحت چې د وتر په اوږدوالي جوړېږي، د هغو دوه نورو مربع ګانو د مساحتونو له مجموعې سره برابره ده چې د قایمو ضلعو په اوږدوالي جوړېږي.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر مربع د هغه د قایمو ضلعو د مربع له مجموعې سره مساوي ده:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

د قضیې عکس (سرچپه):
که چېرې په یوه مثلث کې د دوو ضلعو مربعاتو مجموعه د هغه د دریمې ضلعې له مربع سره مساوي وي، نو مثلث قایم الزاویه دی .

د قایم الزاویه مثلث قضیې:
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د قایمو ضلعو د ضرب حاصل د وتر او هغې ارتفاع د ضرب له حاصل سره مساوي دی چې پر نومړي وتر باندې دی.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې دهغې میانې اوږدوالی چې له قایم راس څخه رسم کیږي. عبارت دی د قایمو ضلعو د هندسي وسط څخه چې د نومړي مثلث پر وتر باندې دی.
- په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې ارتفاع اوږدوالی چې له قایم راس څخه د هغه پر وتر باندې رسمیږي د وتر د اوږدوالی د نیمايي سره مساوي دی.
- که چېرې په یوه قایم الزاویه مثلث کې چې یوه حاده زاویه یې $30°$ وي، د دې زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی د وتر د اوږدوالی نیمايي دی.

د هغو خطونو قضيې چې د مثلث په دننه کې يو بل په يوه ټکې کې قطع کوي

- د ناصف الزاويې په مخ باندې هر ټکی يې د زاويې له دوو ضلعو څخه په مساوي فاصله کې پروت دی.
- هر ټکی چې د يوې زاويې له دوو ضلعو څخه په مساوي فاصله کې پروت وي هغه ټکی دناصف الزاويې په مخ باندې پروت دی.
- په هر مثلث کې داخلي ناصف الزاويې يو بل په يوه ټکې کې قطع کوي.
- د يوه ټوټه خط د عمودې ناصف په مخ باندې هر ټکی د هغه له انجامونو څخه متساوي الفاصله لري.
- هر ټکی چې د يوه ټوته خط له انجامونو څخه مساوي فاصلې ولري دا ټکی د نوموړی ټوته خط په عمودي ناصف باندې پروت دی.
- په هر مثلث کې د ضلعو عمودي ناصفونه يو بل په يوه ټکې کې قطع کوي.
- په هر مثلث کې ارتفاعګانې يو بل په يوه ټکې کې قطع کوي.
- د هر مثلث مياني يو بل په يوه ټکې کې قطع کوي او د ميانو د تقاطع ټکی، هره ميانه د 2 او 1 په نسبت ويشي.

عمومي پوښتني

په لاندي پوښتنو کې د هري پوښتني لپاره څلور ځوابونه درکړل شوي دي صحيح ځواب يې پيدا او کرښه تري تاو کړئ.

1- په منفرجه الزاويه مثلث کې د دري واړو عمودي ناصفونو د تقاطع ځای چيري دی؟

a) د مثلث دننه　　b) د مثلث د باندي

c) په لويه ضلعه باندي　　d) يو يې هم نه دی

2- يو مثلث د 8، 4 او 5 ضلعو په اوږدوالی سره په پام کې ونيسئ، ددې مثلث دري واړه ارتفاع گاني يو بل په:

a) د مثلث په دننه کې قطع کوي

b) د مثلث د باندي قطع کوي

c) د هغي ضلعي پر مخ باندي چې اوږدوالي يې 5 دی قطع کوي

d) په هغه راس کې قطع کوي چې د لويي ضلعي مخامخ ته دی.

3- په قايم الزاويه مثلث کې د 30° زاويي د مخامخ ضلعي اوږدوالی عبارت دی، له:

a) د وتر نيمايي　　b) د وتر سره مساوي　　c) 1 پر 3 د وتر　　d) 1 څلورم د وتر

4- که چيري په يوه قايم الزاويه مثلث کې د قايمو ضلعو اندازه 3 او 2 وي، د وتر اوږدوالی عبارت دی، له:

a) $\sqrt{13}$　　b) $\sqrt{3}$　　c) 3　　d) 2

5- په متساوي الساقين مثلث کې د قاعدي يوه زاويه 65° ده. د قاعدي بله زاويه يې عبارت ده له:

a) 50°　　b) 65°　　c) 70°　　d) 45°

په لاندي جملو کې تش ځايونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- په هر قايم الزاويه مثلث کې د قايمو ضلعو د ضرب حاصل مساوي دی د هغه مثلث د وتر ارتفاع ....

2- په هر قايم الزاويه مثلث کې د وتر .... چې له قايم راس څخه رسم کيږي مساوي دی د .... ضرب له حاصل سره چې د نوموړی مثلث په وتر باندي يې بيلوي.

3- په قايم الزاويه مثلث کې د 30° زاويي .... اوږدوالی د وتر له .... مساوي دی.

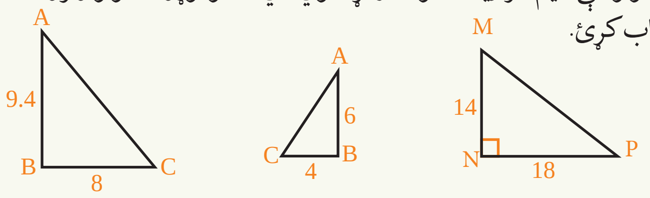
4- په منفرج الزاويه مثلث کې ارتفاع گاني يو بل په .... قطع کوي.

5- که چيري د يوه مثلث د ضلعو اوږدوالی په ترتيب 3cm، 4cm او 5cm وي نوموړی مثلث .... دی.

6- که چېرې په یوه مثلث کې دوه ضلعې يې يو له بل سره مساوي وي نو .... يې هم يو له بل سره مساوي دي.

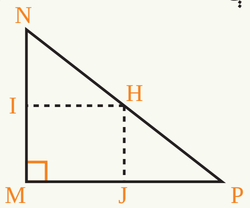
لاندې پوښتنې حل کړئ.

1- په لاندې شکلونو کې قايم الزاويه مثلثونه درکړ شوي دي، د نوموړو مثلثونو وترونه د 0.1 لږوالى په تقرب کې حساب کړئ.



2- د ABC مثلث داسې رسم کړئ چې $\overline{BC} = 6$ ، $A\hat{B}C = 80°$ او $A\hat{C}B = 80°$ وي، وروسته د نوموړی مثلث ناصفونه رسم کړئ.

3- د MNP مثلث چې د M په راس کې قايم وي، په پام کې ونيسئ په نوموړی مثلث کې د $\overline{MH}$ ارتفاع رسم کړئ داسې چې د I او J ټکي د $\overline{MN}$ او $\overline{MP}$ منځني ټکي دي.



a) ثبوت کړئ چې MIH او MJH متساوي الساقين مثلثونه د $\overline{MH}$ په ګډې قاعدې سره دي.

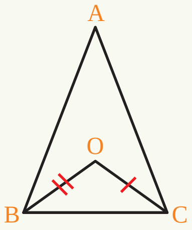
b) ثبوت کړئ چې $\overline{IJ}$ د $\overline{MH}$ ناصف عمودي دی.

c) ثبوت کړئ چې $\overline{HI}$ او $\overline{HJ}$ يو پر بل عمود دي.

٤- د ABC په متساوي الساقين مثلث کې $AB = AC$ دی که چېرې هغوی د $\overline{OB}$ او $\overline{OC}$ په واسطه نيمايي کړو ثبوت کړئ، چې:

a) $\overline{OB} = \overline{OC}$

b) $\overline{OA}$ د $\hat{A}$ نيمايي کوونکی دی.



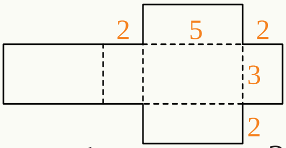
شپږم فصل

مساحت او حجمونه

د مکعب مستطیل مساحت او حجم

ایا تر اوسه مو فکر کړئ چې یو انسان د نفس په کښلو هر وار د هوا څومره حجم په خپلو سږو ته داخلوي.

فعالیت

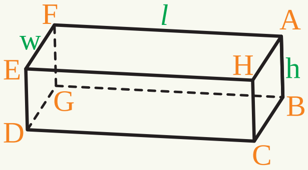


- مخامخ شکل په کاغذ کې رسم او قیچي یې کړئ او بیا یې په ټکي ټکي کرښو باندې قات کړئ
- یوبل مکعب مستطیل د 5cm په اوږدوالی 2cm په سور او 3cm په ارتفاع سره رسم کړئ.
- نوموړی مستطیلي مکعب څو راسونه، څو ضلعې او څو سطحې لري؟ هر یو یې وشمېرئ.
- د جانبي (اړخو) سطحو مساحت فرمولونه، چې هره سطح یې مستطیل دی، پیدا یې کړئ.
- نوموړی مستطیلي مکعب څو قاعدې لري؟ نومونه یې واخلئ.
- د هغه د قاعدې د مساحت فورمول پیدا کړئ.
- د مساحتونو د مجموع په کارولو سره د مستطیلي مکعب د ټول مساحت فرمول ولیکئ.

له پورته فعالیت څخه پیدا کولای شو، چې:

تعریف

مکعب مستطیل یو منظم هندسي شپږ وجهي جسم دی چې ټولې وجهې یې مستطیل شکل دي، او د سطحو مخامخ زاویې یې قایمه دي. که چېرې د مکعب مستطیل اوږدوالی په l، او سور یې په w او ارتفاع (جګوالی) یې په h سره وښیو، څرنګه چې مکعب مستطیل شپږ سطحې لري او د هرې سطحې مساحت یې په لاندې ډول دی:



$$A = w\ell + \ell h + wh + w\ell + \ell h + wh$$

$A = 2(\ell w + \ell h + wh)$ د مستطیلي مکعب کلي مساحت

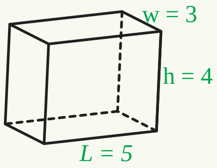
هغه مکعب مستطیل، چې ټولې ضلعې یې له یو بل سره مساوي وي، مکعب بلل کیږي. که چېرې مساحت په A سره وښیو، لرو چې:

$$A = a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2$$ د مکعب کلي مساحت

$$A = 6a^2$$

هغه مکعب چې اوږدوالی، سور او ارتفاع یې یو وي. واحد مکعب بلل کیږي.

لومړی مثال: د مستطیلي مکعب کلي مساحت پیدا کړئ، په داسې حال کې چې اوږدوالی یې 5cm، سور یې 3cm او ارتفاع یې 4cm وي.



حل:

$$\ell = 5\text{cm}$$

$$w = 3\text{cm}$$

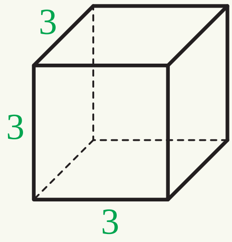
$$h = 4\text{cm}$$

$$A = 2(\ell w + \ell h + wh) = 2(5\cdot 3 + 5\cdot 4 + 3\cdot 4)$$

$$A = 2(15 + 20 + 12) = 2(47)$$

$$A = 94\text{cm}^2$$ کلي مساحت

دویم مثال: که چېرې د یوه مکعب کلي مساحت 54cm وي، ددې مکعب د ضلعو اوږدوالی پیدا او رسم یې کړئ.



حل:

$$A = 6a^2$$

$$6a^2 = 54$$

$$a^2 = \frac{54}{6} = 9$$

$$a = 3cm$$

فعالیت

- د واحد مکعبونو په درلودلو، مستطیلي مکعب چې اوږدوالی $3cm$، سور یې $2cm$ او ارتفاع یې $2cm$ وي، رسم کړئ.

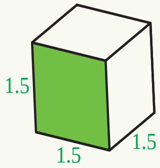
- د څو واحده مکعبونو په درلودلو سره کولای شو ده مکعب مستطیل ډک کړو. د جوړ شوی شکل حجم څومره دی؟
- که چېرې د نومورې مستطیلي مکعب مخ بیا په ترتیب سره د نورو واحد مکعبونو په واسطه ډک کړو څه ډول شکل په لاس راځي؟ د هغه حجم به څومره وي؟
- د مکعب مستطیل د اوږدوالی، سور او ارتفاع په منځوکې څه ډول اړیکې شته چې د هغه په واسطه یې حجم پیدا کړو؟
- که چېرې د واحد مکعب لس نور کتارونه د لومړی مکعب مستطیل په منځ یا څنګ کې کښېږدو د جوړ شوی شکل حجم څومره دی؟
- آیا کولای شی د مکعب مستطیل دحجم د محاسبې کولو لپاره فارمول وښیاست؟

له پورتنی فعالیت څخه پوهېږو چې:

د هغه مکعب مستطیل حجم چې اوږدوالی یې l، سور یې w او ارتفاع یې h وي مساوي دی له:

د مکعب مستطیل حجم $v=l\times w\times h$

د مکعب حجم $V = a\times a\times a = a^3$



لومړی مثال: د مخامخ مکعب حجم پیدا کړئ:

حل:

$$V = a\times a\times a = a^3$$

$$V = 1.5\times 1.5\times 1.5$$

د مکعب حجم $V = 3.375cm^3$

دویم مثال: د یوه مکعب مستطیل حجم 24 متر مکعب او د قاعدې مساحت یې 8 متره مربع دی ددې مکعب مستطیل ارتفاع څو متره ده.

حل:

د مکعب مستطیل حجم $v=l\times w\times h$

$$24 = 8\times h$$

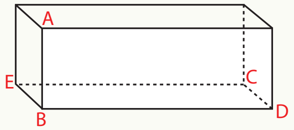
$$h = 24\div 8 = 3\,m$$

تاسو پوهېږئ په هر مکعب مستطیل کې هغه ټوټه خط چې د مکعب مستطیل دوه مخامخ راسونه یو له بل سره نښلوي د مکعب مستطیل قطر بلل کیږي. ددې د لاس ته راوړلو لپاره لاندې فعالیت سرته ورسوئ.

فعالیت

- په درکړ شوي شکل کې $\overline{AB}$ ، $\overline{BE}$ او $\overline{EB}$ اوږدوالي په ترتیب سره a،b او c ونوموئ.
- د A راس له C او د C له B سره ونښلوئ تر څو یو قایم الزاویه مثلث جوړ شي.
- په شکل کې د ABC د قایم الزاویه مثلث وتر $\overline{AC}$ دی، د $\overline{AC}$ د پیدا کولو لپاره د فیثاغورث

له قضيې څخه کار واخلئ.



- خرنګه چې د یو مکعب مستطیل ټولې سطحې مستطیلې دي او یو پر بل باندې انطباق منونکې دي. نو: $\overline{BE} = \overline{DC} = ?$
- همدارنګه د BCD په قایم الزاویه مثلث کې $\overline{BC}$ وتر دی.

د فیثاغورث دقضیې په کارولو سره د $\overline{BC}$ اوږدوالی پیدا او په مخکنی رابطه کې د $\overline{BC}$ په ځای کښیږدئ.

د پورته فعالیت څخه لرو:

$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

که چیرې په یوه مکعب مستطیل کې a=b=c وي نو د مکعب قطر په لاس راځي.

$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} \Rightarrow \overline{AC} = a\sqrt{3}$$

مثال: د مکعب مستطیل د قطر اوږدوالی پیدا کړئ چې ابعاد یې په ترتیب 3cm ، 2cm او 6cm وي.

حل: که چیرې $a = 2cm$, $b = 3cm$ او $c = 6cm$ ووایو د $\overline{AC}$ د قطر اوږدوالی په لاس راوړو

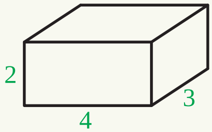
$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 9 + 36} = \sqrt{49} = 7cm$$

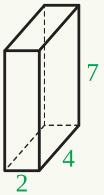
تمرین

1- د ډبرو د یوه دیوال اوږدوالی 60cm، سور یې 30cm او ارتفاع یې 120cm ده. د هغه حجم په سانتي متر مکعب سره پیدا کړی.

2- که چیرې د یوه مکعب اوږدوالې سور او ارتفاع یې 3 برابره شي، د مکعب حجم څو برابره کیږي؟

3 - دلاندې مکعب مستطیلونو حجم او کلي مساحت په لاس راوړئ.





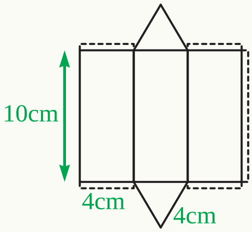
4 - که چیرې دیوه مکعب اوږدوالی سور او ارتفاع دوه برابره کړو د هغه د قطر اوږدوالی څه ډول بدلون مومي.

د منشور مساحت او حجم

Surface Area and Volume of Prisms

ایا تر اوسه مو فکر کړی دئ د ژوند کولو خیمه څه ډول هندسي شکل لري؟

فعالیت



مخامخ شکل په درکړل شوو اندازو سره په یوه کاغذ باندې رسم کړئ. د کاغذ له شکل څخه د پرېکولو او جلا کولو وروسته جلا شوي ټوټې په ترتیب یو د بل تر څنګ داسې کېنیږدئ چې ونښلول شي.

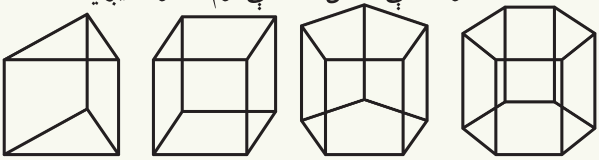
- جوړ شوی شکل کوم هندسي شکل دی؟
- په پورتني شکل کې څو سطحې او څو قاعدې لیدلای شی؟
- د پورتنیو هر یوه مساوي مستطیلونو مساحت په لاس راوړئ .
- د پورته دوو قاعدو د مثلثونو مساحت پیدا کړئ.
- د پورته دوو لاس ته راغلي مساحتونو مجموعه څه شی راښيي؟

له پورته فعالیت څخه پیدا کولای شو چې:

تعریف

منشور یو هندسي منظم جسم دی چې مخامخ جانبي سطحې یو له بل سره مساوي اوموازي دي اود مخامخ جانبي سطحو زاویې یو پر بل باندې انطباق منونکې دي.
خرنګه چې جانبي وجوه يې مستطیلونه دي نو مجموع يې د منشور جانبي سطحې بلل کیږي. په یوه منشور کې د جانبي سطحو د مساحت له جمع کولو څخه د ټول جانبي مساحت په لاس راځي او د ټول جانبي مساحت او دوو قاعدو د مساحت له جمع کولو څخه د منشور کلي مساحت لاس ته راځي. که چېرې د منشور سطحې پر قاعده باندې عمود وي هغه ته قایم منشور ویل کیږي.

منشورونو ته د قاعدو د خو ضلعي شکل له مخې نوم ورکول کيږي.



خپل او د خپل ټولګیوالو د رياضي کتابونه واخلئ او په لاندې توګه يې يو پر بل باندې کينږدئ جوړ شوی شکل يو مستطيل القاعده منشور يا مکعب مستطيل دی. د مکعب مستطيل حجم د کتابونو له مجموعي سره مساوي دی. يا په بل عبارت د قاعدې مساحت ضرب په ارتفاع کې دی. که چېرې اوس د رياضي کتابونو په ځای چې مستطيل شکل دی خپل ګونياګانې يو بر بل باندې کېنږدئ يو مثلث القاعده منشور لاس ته راځي. چې ددې شکل حجم هم د قاعدې د مساحت او ارتفاع د ضرب سره مساوي دی. $V = B\times h$ چې په هغه کې B د قاعدې مساحت او h ارتفاع ده.

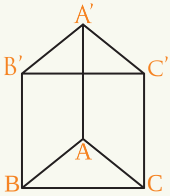
مثال: د مثلث القاعده منشور کلي مساحت او حجم پيدا کړئ په داسې حال کې چې قاعده يې يو متساوي الاضلاع مثلث چې د هرې ضلعې اوږدوالی 2cm او ارتفاع يې 4cm دی.

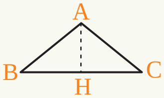
حل: په لومړي ګام کې د منشور د قاعدې د مثلث ارتفاع يعنې $\overline{AH}$ پيدا کوو:

$$\overline{AH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2 \Rightarrow \overline{AH}^2 = (2^2) - (1)^2 \Rightarrow \overline{AH} = \sqrt{3}$$

دهرې جانبي سطحې مساحت $= 2\times 4 = 8cm^2$

د دريو جانبي سطحو مساحت $= 3\times 8 = 24cm^2$





دمنشوردو قاعدې مساحت $= \frac{1}{2}\times 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

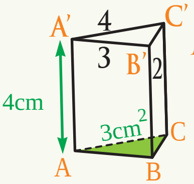
د دواړو قاعدو مساحت $= 2\sqrt{3}$

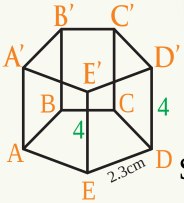
د قاعدو مساحتونه + دجانبي سطحو مساحتونه = ټول مساحت

ټول مساحت $= 24 + 2\sqrt{3}$

$$V = B\cdot h = 4\sqrt{3}$$

تمرين





1- دمخامخ منشورونو کلي مساحت او حجم حساب کړئ په داسې حال کې چې:

$S_{(ABCD)} = 12.92cm^2$ ، $S_{(ABC)} = 3cm^2$

د استوانې مساحت او حجم

ډېر هغه وسايل چې په ورځينې ژوند کې ورسره مخامخ کېږو، استوانه يي شکلونه دي لکه د اوبو ګيلاس، د اوبو نل او نور...

ايا کولای شئ د څو استوانه يي شکلو شيانو نومونه واخلئ؟

فعاليت

د يوې قايمې استوانې د ارتفاع اوږدوالى $5cm$ او د قاعدې شعاع يې $2cm$ ده د ارتفاع په اوږدوالي استوانه خلاصه او رسم يې کړئ.

- د لاس ته راغلي مستطيل اوږدوالى او سور څومره دى؟
- د مستطيل مساحت لاس ته راوړئ.
- ددې مستطيل مساحت د استوانې د جانبي سطحې له مساحت سره څه ډول اړيکې لري؟
- د استوانې د هرې قاعدې مساحت په داسې حال کې په لاس راوړئ چې د قاعدې شعاع يې $2cm$ وي؟
- د استوانې کلي مساحت حساب کړئ.

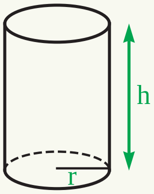
له پورته فعاليت څخه ويلای شو:

تعريف

قايمه استوانه له دوو انطباق منونکو دايروي قاعدو او يوې جانبي سطحې څخه چې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوې ده. که چېرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع يې په r سره وښيو نو د هغې ټول مساحت په A سره ښيو:

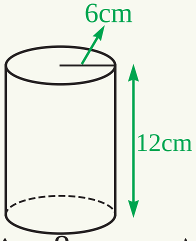
د جانبي سطحو مساحت $s = 2\pi r \cdot h$

د دوو قاعدو مساحت $= 2\pi r^2$



د استوانې کلي مساحت
$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$$
$$A = 2\pi r(r + h)$$

$\pi = 3.14$



لومړی مثال: د مخاخ استوانه يي مساحت حساب کړئ.

حل:

$$A = 2\pi r(r+h) = 2\times 3.14(6)(6+12)$$

$$A = 6.28\times 6(18) = 37.68(18)$$

$$A = 678.24cm^2$$

دويم مثال: که چېرې د يوه 4 سلندره ماشين حجم، چې د هر سلندر قطر يي ، 8cm دی له $1600cm^3$ سره مساوي وي د هر سلندر ارتفاع څومره ده؟

حل: څرنګه چې $r=4cm$ ، $V=1600cm^3$ دي، نو $h=?$ ، له فارمول څخه په کار اخستيني سره د 4 سلندرو لپاره لرو:

$$v = (4\pi r^2 \cdot h)$$

$$1600 = 4(16\pi \cdot h) = 4(16\cdot 3.14\cdot h)$$

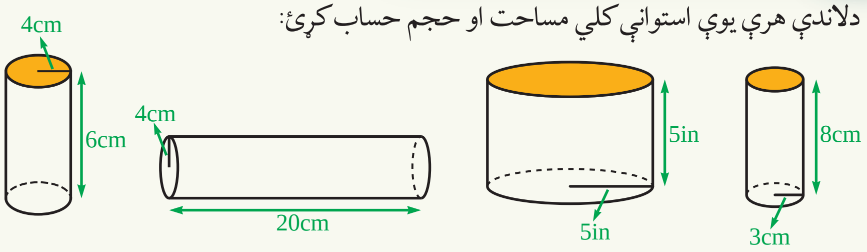
$$1600 = 200.96h$$

$$h = \frac{1600}{200.96} = 7.96 \qquad h = 7.96cm$$

د منشور د حجم د پيداکولو لپاره مو لومړی د قاعدې مساحت پيدا او بيا هغه په ارتفاع کې ضربوو د استوانې د حجم د پيداکولو لپاره هم لومړی د دايروي قاعدې مساحت پيدا او بيا هغه په ارتفاع کې ضربوو که چېرې د استوانې حجم په V سره وښيو نو لرو چې: $V = \pi r^2 \times h$

تمرين

1- دلاندې هرې يوې استوانې کلي مساحت او حجم حساب کړئ:



2- که چېرې د يوې استوانې د قاعدې شعاع 3 برابره شي د هغې په حجم کې څومره بدلون راځي؟

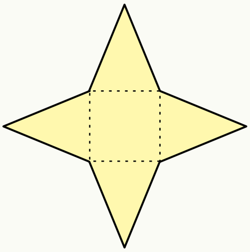
3- د اوبو ساتلو ځای چې استوانه يي شکل لري د قاعدې شعاع يي 5cm او ارتفاع يي 8cm دي. د اوبو د ساتلو په دې ځای کې څومتره مکعبه اوبه ځاييږي؟

4- که چېرې د يوې استوانې ارتفاع دوه برابره شي د جانبي سطحې اندازه يي څومره بدلون مومي؟

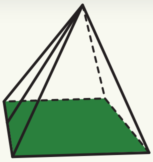
د هرم مساحت او حجم

ایا تر اوسه مو فکر کړی چې مصریانو د مصر هرمونه په څو کلونو کې جوړ کړی دي؟

فعالیت



- مخامخ شکل د کاغذ پر مخ رسم کړئ.
- که چیرې د مثلثونو راسونه یو له بل سره ونښلوی څه ډول شکل پر لاس راځي؟
- د شکل له مخې آیا کولای شئ د هرم د جانبي سطحو د مساحت د پیداکولو لپاره یوه طریقه بیان کړئ؟



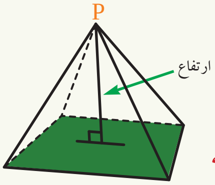
له پورته فعالیت څخه لرو، چې:

هرم یو هندسي څو وجهي شکل دی چې قاعده یې یوه منظمه مضلع او جانبي سطحې یې مثلثونه دي او یو ګډ راس لري.

$S=\frac{1}{2}n.b.l$ د جانبي سطحو مساحت

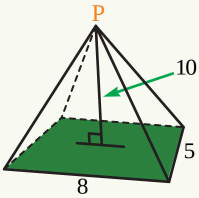
د جانبي سطحو مساحت + د قاعدې مساحت = د هرم کلي مساحت

یا $A=B+S$



دلته n د ضلعو شمېر b قاعده او l جانبي ارتفاع (د مثلث ارتفاع) ده.

د هرم ارتفاع له هغه ټوټه خط څخه عبارت ده چې د هرم له راس څخه د هغه په قاعده باندې عمود وي.



مثال: په مخامخ شکل کې د هرم اوږدوالی سور او ارتفاع درکړ شوي دي دهغه کلي مساحت پیدا کړئ:

د هرم د جانبي سطحې مساحت $= \frac{1}{2}8\times 10 = 40\text{cm}^2$

د هرم د ټولو جانبي سطحو مساحت $= 4(\frac{1}{2}8\times 10) = 4\times 40 = 160\text{cm}^2$

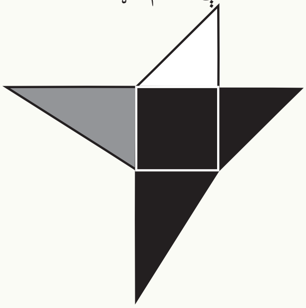
څرنګه چې دهرم قاعده مستطيلي ده، نو:

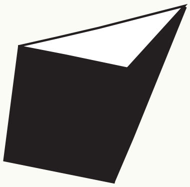
د هرم د قاعدې مساحت $8\cdot 5 = 40\text{cm}^2$

د هرم کلي یا ټول مساحت $= 160\text{cm}^2 + 40\text{cm}^2 = 200\text{cm}^2$

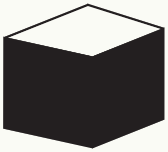
فعالیت

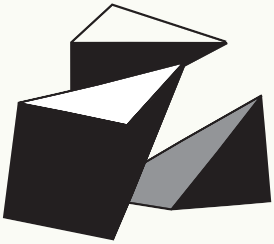
- دري تختې کاغذونه په پام کې ونیسئ او لاندې شکل په هر یوه کې رسم کړئ.





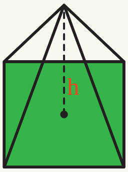
- دري واړه سپین تختې کاغذونه پرېکړئ او له هغو څخه دري هرمونه جوړ کړئ.
- جوړ شوي هرمونه یو د بل تر څنګه داسې کېږدئ چې یو مکعب په لاس راشي.
- د هرم اومکعب حجمونه یو له بله سره پرتله کړئ.





له پورته فعالیت څخه لرو، چې:

د مکعب مستطیل حجم د هرم د حجم 3 برابره دی نو د هرم حجم د مکعب مستطیل دحجم یو دریمه دی.



نوکه چېرې د هرم حجم په V ارتفاع يې په h او د قاعدې مساحت يې په B سره وښيو نو د هرم حجم مساوي دی له:

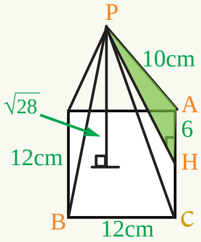
$$V = \frac{1}{3} B \cdot h$$

مثال: په لاندې مربع القاعده هرم کې د مثلث د ضلعې اوږدوالی او ارتفاع يې درکړل شوی دي د هرم کلي يا ټول مساحت حساب کړئ.

حل: څرنګه چې د هرم قاعده مربع ده نو مساحت يې عبارت دی.

$$B = l \cdot w = 12 \cdot 12 = 144 cm^2$$

اوس د AHP په قايم الزاويه مثلث کې $\overline{PH}$ چې د $\overset{\Delta}{APC}$ مثلث ارتفاع ده، په لاس راوړو.



$$\overline{PA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{PH}^2$$

$$10^2 = 6^2 + \overline{PH}^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow \overline{PH} = 8cm$$

د هرم څلور سره سطحې له مثلثونو څخه جوړې شوي دي.نو:

$$S = \frac{1}{2}(B \times h)$$

$$S = 4 \times \frac{1}{2}(12 \times 8)$$

$$= 2(96) = 192 cm^2$$

د هرم کلي مساحت $A = 192 + 144 = 336 cm^2$

$$V=\frac{1}{3}144\cdot\sqrt{28}$$

$$V=\frac{1}{3}\cdot 144cm^2\cdot 5.29cm$$

$$V=\frac{1}{3}\cdot 761.76cm^3$$

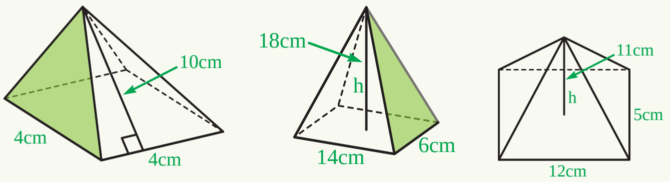
$$V=253.92cm^3$$

تمرين

1- د هغه هرم حجم پيدا کړئ چې قاعده يې مربع او د مربع د ضلعي اوږدوالی يې 40m او د هرم ارتفاع 27m وي.

2- يوه خيمه د مربع القاعده هرم شکل لري په دې خيمې کې څو متره مکعب هوا وجود لري؟ په دې صورت کې چې د مربع د ضلعې اوږدوالی 7m او د هرم ډوله خيمې ارتفاع 5m وي.

3- د لاندې شکلونو حجم پيدا کړئ:



د مخروط مساحت او حجم

ایا تر اوسه مو فکر کړی دی چې یو مخروط د یوې ضلعې په شاوخوا د کوم ډول مثلث له دوران څخه منځ ته راځي؟

تعریف

قایم مخروط داسې جسم دی چې په یوه قایم ضلعې باندې د یوه قایم الزاویه مثلث له دوران څخه لاسته راځي، هغه تړونکه خط چې د مخروط راس د هغه د قاعدې له مرکز سره نښلوي د مخروط محور بلل کیږي. که چیرې محور په قاعدې باندې عمود وي قایم مخروط دی له هغه پرته مایل مخروط بلل کیږي د مخروط مساحت د لاندې فرمول په واسطه په لاس راځي: $B=\pi r^2$ د قاعدې مساحت $S=\pi r\cdot l$ د یوې جانبي سطحې مساحت $A=\pi r^2+\pi rl=\pi r(r+l)$

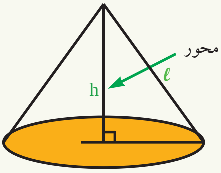
فعالیت

- یوه استوانه یې ډوله او یو مخروطي ډوله جسمونه چې قاعدې یې یو له بله سره مساوي وي له کاغذ څخه جوړ کړئ، مخروطي جسم له ریګ څخه ډک او په استوانه یې جسم کې تش یعنې واچوئ.
- د څو ډکو مخروطونو په واسطه استوانه یې جسم په بشپړه توګه ډکیږي.
- د استوانې او مخروط حجمونه یوله بله سره څه ډول اړیکې لري؟

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

لیدل کیږي چې د استوانې حجم د مخروط 3 برابره دی، نو د مخروط حجم د استوانې د حجم یو دریمه دی،

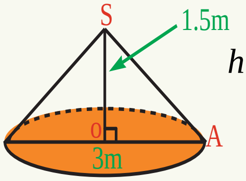
$V=\frac{1}{3}$ د استوانې حجم د مخروط حجم



څرنګه چې: $\pi r^2 h$ د استوانې حجم دی

نو د مخروط حجم یعنې: $V=\frac{1}{3}\pi r^2\times h$

لومړی مثال: د غنمو یو درمند د مخروط شکل لري چې ارتفاع یې $1.5m$ او د قاعدې قطر یې $3m$ دی. د هغه کلي مساحت پیدا کړئ.



حل: $r = 1.5m$, $d = 3m$, $h = 1.5m$

څرنګه چې د مخروط قاعده دایروي ده، نو:

$$\text{د قاعدې مساحت} = \pi r^2 = 3.14(1.5)^2 = 7.065m^2$$

اوس د جانبي سطحې د پیداکولو لپاره باید د قایم الزاویه مثلث وتر پیداکړو:

$$\overline{SA}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OS}^2$$

$$\overline{SA}^2 = (1.5m)^2 + (1.5m)^2 = 4.5m^2$$

$$\overline{SA} = 2.12 \quad \ell = 2.12$$

$$S = \pi r \ell = 3.14 \times 1.5 \times 2.12$$

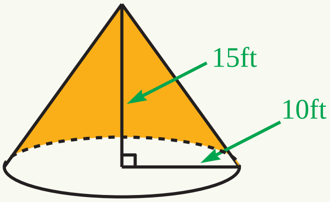
$$S = 4.17 \times 2.12 = 9.9852m^2$$

$$\text{کلي مساحت} = \text{د قاعدې مساحت} + \text{جانبي مساحت} = 7.065 + 9.9852 = 17.0502m^2$$

دویم مثال: د لاندې مخروط حجم د درکړ شوو قیمتونو له مخې حساب کړئ:

$h = 15\,ft$, $r = 10\,ft$

حل:



$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h = \frac{1}{3} \times 3.14(10)^2 \times 15$$

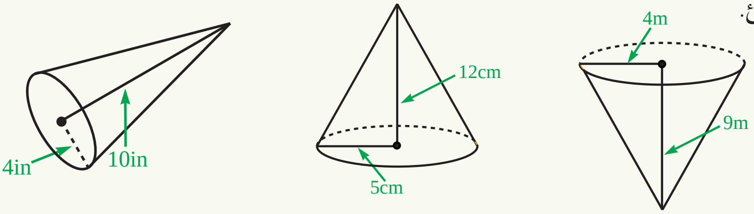
$$V = \frac{1}{3} \times 4710 = 1570$$

$$\boxed{V = 1570\,ft^3}$$

تمرین

1- د شګو یوه کوټه یا ډېرۍ مخروطي شکل لري چې ارتفاع یې $2m$ او قاعدې قطر یې $4m$ دی، د شګو حجم پیدا کړئ.

2- په لاندې شکلونو کې د هر مخروط د قاعدې شعاع او ارتفاع درکړ شوي دي د هر یوه حجم حساب کړئ.

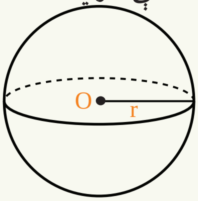


د کرې مساحت او حجم

ایا ستاسو په چاپېریال کې داسې شکلونه او جسمونه شته چې دایروي یا کروي شکل ولري؟ نمونه یې واخلئ.

تعریف

کره داسې جسم دی چې د هغې ټولې نقطې له یوې ثابتې نقطې څخه مساوي فاصلې ولري. ثابتې نقطې ته د کرې مرکز، له مرکز څخه د هغې تر سطحې پورې ثابتې فاصلې ته د کرې شعاع (r) وایي. که چېرې د کرې مساحت په A او حجم یې په V سره وښیو، نو لیکلای شو:



$A = 4\pi r^2$ د کرې مساحت:

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ د کرې حجم:

لومړی مثال: د هغې کرې سطحې مساحت او حجم پیدا کړئ چې قطر یې $10cm$ وي.

حل:

$d = 10cm$

$r = \frac{d}{2} = \frac{10cm}{2} = 5cm$

د کرې مساحت:

$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times (5)^2$

$= 12.56 \times 25$

$A = 314cm^2$

د کرې حجم:

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (5)^3$

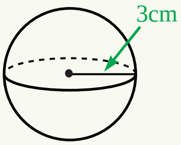
$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 125 = \frac{4}{3} \times 392.5$

$= \frac{1570}{3} = 523.33cm^3$

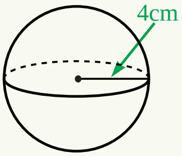
$V = 523.33cm^3$

دویم مثال: په لاندې شکلونو کې د هرې کرې حجم د درکړ شوو قیمتونو له مخې پیدا کړئ:

a جز شکل



b جز شکل



حل a:

$$r = 3 \quad , \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\times 3.14 \times (3)^3$$

$$V = \frac{4}{3}\times 3.14 \times 27 = \frac{4}{3}\times 84.78 \quad \Rightarrow \quad V = 113.04cm^3$$

حل b:

$$r = 4 \quad , \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\times 3.14 \times (4)^3$$

$$V = \frac{4}{3}\times 3.14 \times 64 = \frac{4}{3}\times 200.96 \quad \Rightarrow \quad V = 267.946cm^3$$

تمرین

1- دیوې کرې مساحت 36π سانتي متر مربع دی.

الف: ددې کرې شعاع په لاس راوړئ. ب: د کرې حجم حساب کړئ.

2- په لاندې جدول کې د کرې شعاع درکړ شوې دی د کرې حجم او سطحې مساحت پیدا کړئ او د جدول په تشو ځایونو کې یې ولیکئ:

r	6cm	$6\times\frac{3}{4}cm$	9cm	12cm	314cm
A					
V					

3- که چیرې د کرې شعاع 2 برابره شي، په حجم او مساحت کې څه ډول بدلون راځي؟

• مکعب مستطیل

مکعب مستطیل یو منظم هندسي شپږ وجهي جسم دی چې ټولې وجهې یې مستطیل شکل دي، او د سطحو مخامخ زاویې یې قایمه دي. که چېرې د مکعب مستطیل کلي مساحت په A او حجم یې په V سره و ښیو په دې صورت کې لیکلای شو:

$$A = 2(lw + lh + wh)$$

$$v = l \times w \times h$$

• مکعب

هغه مکعب مستطیل چې د هغه ټولې ضلعې یو له بل سره مساوي په a وي مکعب بلل کیږي. که چېرې د هغه مساحت په A او حجم یې په V سره وښیو، نو لرو چې:

$$A = 6a^2$$

$$V = a^3$$

• منشور

منشور یو هندسي منظم جسم دی چې مخامخ سطحې یې یو له بل سره مساوي او موازي دي او د مخامخ سطحو زاویې یې یو په بل باندې انطباق منونکې دي.

• استوانه

قایمه استوانه له دوو انطباق منونکو دایروي قاعدو او له یوې جانبي سطحې څخه چې پرقاعدې باندې عمود وي جوړه شوې ده.که چېرې حجم یې په V او مساحت یې په A سره وښیو، نو لرو چې:

$$A = 2\pi r(r + h)$$

$$V = \pi r^2 \times h$$

• هرم

هرم یو هندسي څو وجهي شکل دی چې قاعده یې یوه منظمه مضلع او جانبي سطحې یې مثلثونه دي او په یوه راس کې ګډ دي.

د جانبي سطحو مساحت + د قاعدې مساحت = دهرم کلي مساحت

A=B+S

که چېرې د هرم حجم په V او ارتفاع یې په h د قاعدې مساحت یې په B سره وښیو، نو لرو چې:

$$V = \frac{1}{3} B \times h$$

• مخروط

قایم مخروط داسې جسم دی چې په یوې قایمې ضلعې باندې د یوه قایم الزاویه مثلث له دوران څخه لاس ته راځي، هغه ټوټه خط چې د مخروط راس د هغه د قاعدې له مرکز سره نښلوي د مخروط

محور بلل کیږي. که چېرې محور په قاعدې باندې عمود وي، قایم مخروط او له هغه پرته مایل مخروط بلل کیږي.

که چېرې د مخروط کلي مساحت په A او حجم يې په v سره وښيو نو لرو:

$$A = \pi r^2 + \pi r \times \ell$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$$

• کره

کره هغه جسم دی چې د هغې ټولې نقطې له یوې ثابتې نقطې څخه مساوي فاصلې ولري. ثابتې نقطې ته د کرې مرکز وايي، که چېرې دکرې مساحت په A او حجم يې په V سره وښيو. لیکلی شو:

$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

عمومي پوښتنې

• د لاندې هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي له هر سم ځواب څخه کرښه تاو کړئ.

1- د استوانې محور له قاعدې سره لاندې زاويې جوړوي:

a) حاده　　　b) منفرجه

c) قايمه　　　d) a او b سم دي.

2- د هرم ارتفاع هغه ټوټه خط دی چې له راس څخه پرقاعدې باندې:

a) موازي دی　　　b) مايل دی

c) عمود دی　　　d) يو يې هم نه دی

3- که چېرې د يوه مخروط ارتفاع چې قاعدې يې دايروي وي $20cm$ او د قاعدې شعاع يې $10cm$ وي حجم يې مساوي دی له:

a) $2093.3cm^3$　　　b) $2093.3cm^2$

c) $209.33cm^2$　　　d) $209.33cm^3$

4- که چېرې د يوه مکعب مستطيل اوږدوالی، سور او ارتفاع يې په ترتيب 3، 2 او 1 سانتي متره وي د هغه د CA قطر اوږدوالی عبارت دی، له:

a) 2　　　b) $\sqrt{14}$

c) $\sqrt{1}$　　　d) 6

5- هغه فضا چې د يوه جسم په واسطه نيول کيږي په کوم نامه ياديږي:

a) د جسم وزن　　　b) د جسم حجم

c) د جسم کتله　　　d) درې واړه صحيح دي.

• لاندې تش ځايونه په مناسب کلمو سره ډک کړی:

1- هغه مکعب مستطيل چې اوږدوالی، سور او ارتفاع يې سره مساوي دی له .... عبارت دی.

2- مکعب مستطيل يو منظم هندسي.................... دی چې ټولې .... د سطحو مخامخ .... قايمه دي.

3- قايم استوانه داسې جسم دی چې له دوو انطباق منونکو.................... قاعدو او .... باندې عمود دي جوړه شوي ده.

4- دهرم حجم د .... د حجم څومه.......... ده چې د عينې قاعدې او ...... لرونکي وي.

5- قايم مخروط هغه جسم دی چې په يوه .... د يوه .... مثلث له دوران څخه لاس ته راځي.

• له لاندې جملو څخه کومه يوه سمه او کومه يوه غلطه ده؟ د سمې مخې ته د (ص) توری او د غلطې مخې ته د(غ) توری وليکئ:

1- (　) په يوه منشور کې د ټولو سطحو د مساحتونو او قاعدو دمساحتونو له جمع کولو څخه

جانبي سطح په لاس راځي.

2- (   ) که چېرې استوانه د محور په اوږدوالي سره قطع او خلاصه شي يو هرم لاس ته راځي.

3- (   ) که چېرې د مکعب مستطيل اوږدوالی a، بر يې b او ارتفاع يې c وي د نوموړي مکعب مستطيل حجم له abc څخه عبارت دی.

4- (   ) کره هغه جسم دی چې دهغې ټولې نقطې له يوې ثابتې نقطې څخه مساوي فاصلې ولري.

5- (   ) د مخروط حجم د استوانې حجم $\frac{1}{5}$ برخه ده په دې صورت کې چې د هماغه قاعدې او ارتفاع لرونکي وي.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

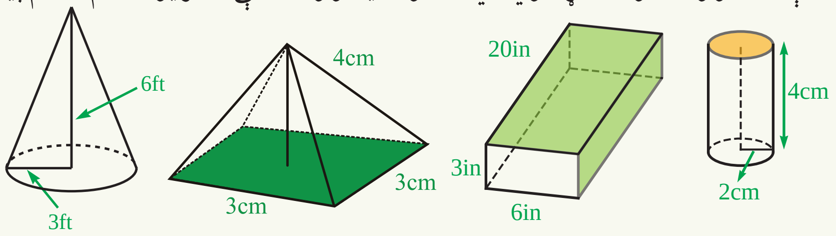
1- د مکعب کلي مساحت او حجم پيدا کړئ چې د راس خط (ارتفاع) يې په لاندې توګه درکړل شوي دي

$a)\ 24m \qquad b)\ \sqrt{9}m \qquad c)\ 3\frac{3}{5}m \qquad d)\ 4\sqrt{27}$

2- د پودرې شيدو قوطی استوانه يي شکل لري چې د قاعدې شعاع يې $6cm$ او ارتفاع يې $12cm$ دي. د نوموړې قوطی کلي جانبي مساحت او حجم پيدا کړئ.

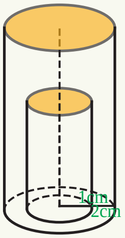
3- په مربع القاعده خيمه کې څو متره مکعبه هوا شته، په داسې حال کې چې د خيمې د هرم د مربع د ضلعې اوږدوالی او ارتفاع $5m$ وی.

4- دلاندې جسمونو شکلونه درکړ شوي دي د هغو د قيمتونو له مخې د هر يوه جسم حجم پيدا کړئ.



5- دوی کرې په ترتيب د $1cm$ او $2cm$ شعاع لرونکي دي.

الف: دهرې يوې مساحت پيدا کړئ.   ب: د هرې يوې حجم پيدا کړئ.



6- د مخامخ شکل په توګه دوه قايمې استوانې په پام کې ونيسئ چې د قاعدو مرکز يې يو (عيني مرکز) وي.

الف: د لويې استوانې او کوچنۍ استوانې د جانبي سطحو د مساحتونو نسبت پيدا کړئ.

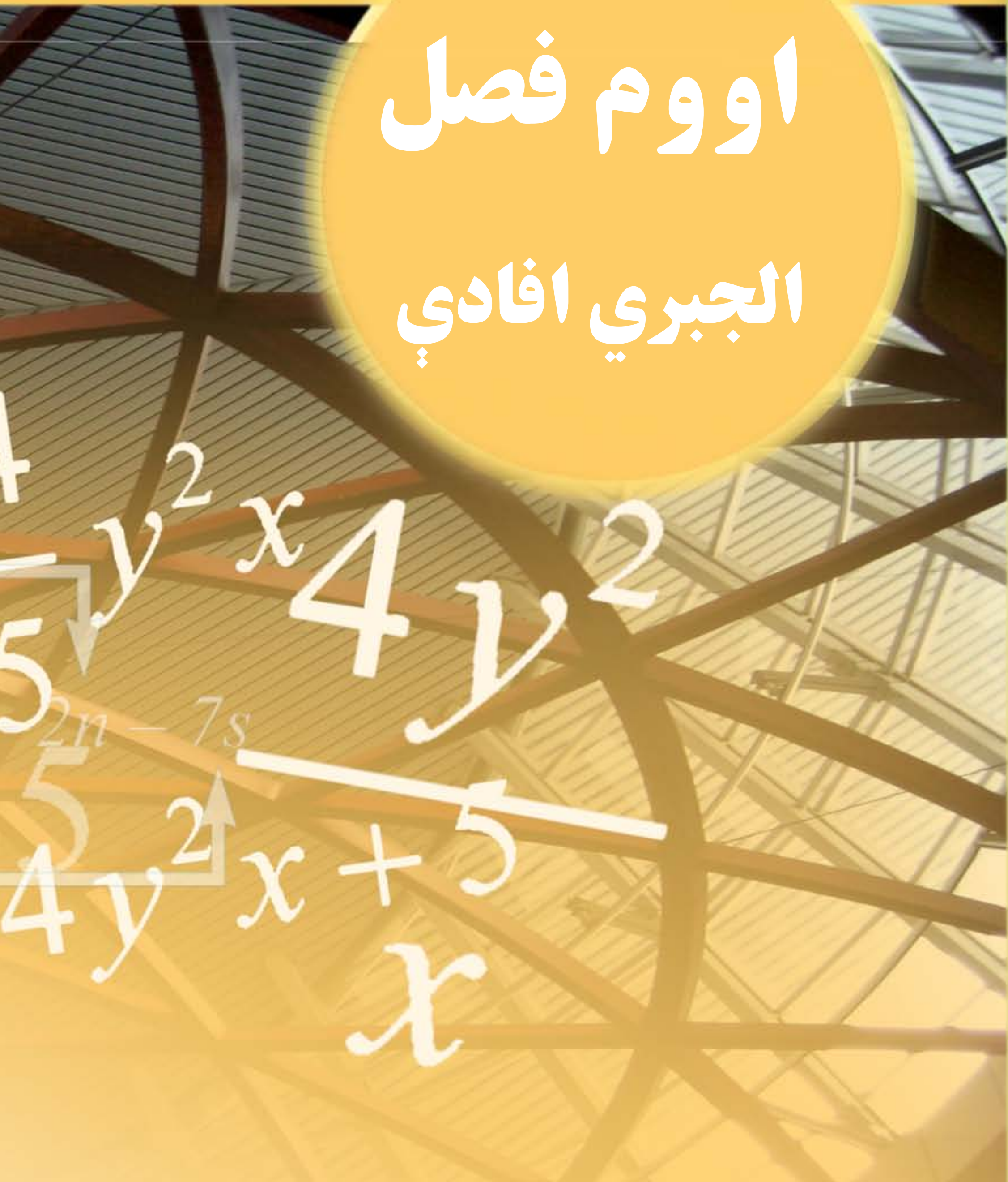
ب: د لويې استوانې او کوچنۍ استوانې د حجمونو نسبت څومره دی.

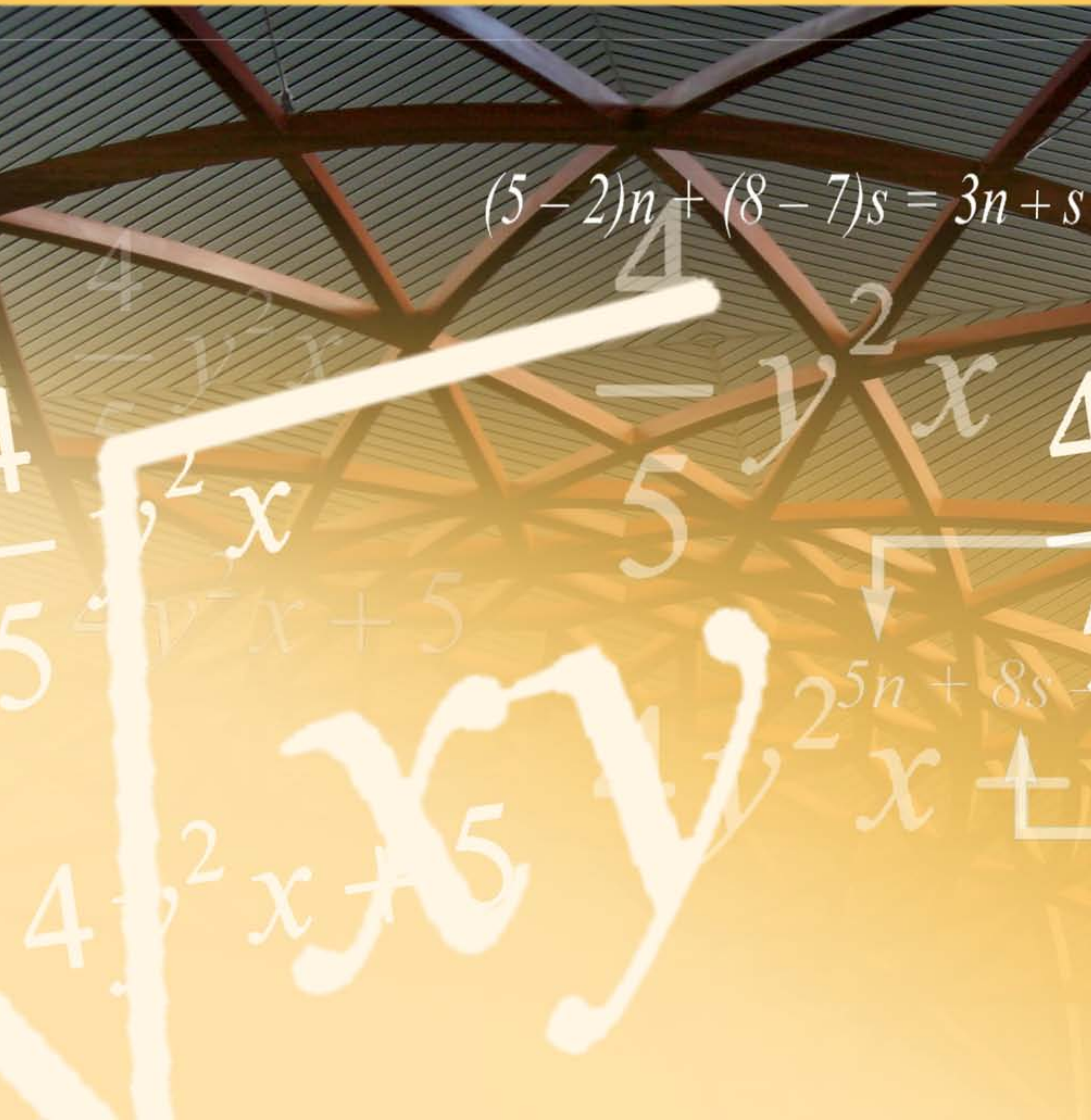
7- ځمکه چې کابو کروي ده. که چېرې د ځمکې شعاع 6400 کيلو متره وي.

الف: د ځمکې مساحت حساب کړي.   ب: د ځمکې حجم حساب کړئ.

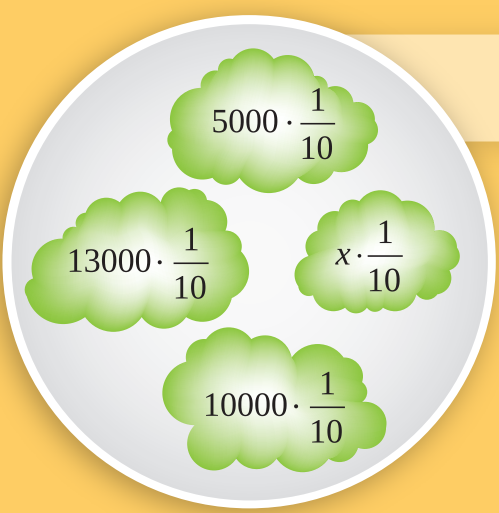
اووم فصل

الجبري افادي




(5 – 2)n + (8 – 7)s = 3n + s

د متحول مفهوم



یو شته من غواړي د خپلو عوایدو $\frac{1}{10}$ بیوزلو ته ورکړي. دا خبره د ریاضي له مخي څنګه بیانولای شو؟

فعالیت

لاندې جدول بشپړ کړئ:

د مربع د ضلعي اوږدوالی	2	1	3	10	$\frac{1}{10}$	9
د مربع محیط(چاپیر)	4×2					
د مربع مساحت			3×3			

- $4 \times a$ یعني څه؟ د $4 \times a$ د ساده کولو لپاره په $4a$ سره ښیو.
- ایا کولای شو د هرې مربع مساحت د a^2 په شکل سره وښیو؟
- ایاکولای شو د مربع د مساحت د ښودلو لپاره له نورو تورو څخه کار واخلو؟
- که چېرې محیط (چاپیریال) په P او مساحت په S سره وښیو د مربع د مساحت او محیط د پیدا کولو لپاره قاعدې پیدا کړئ.
- د a په ځای د 4 په اېښودلو سره چې 4 د مربع د ضلعي اوږدوالی وښیي د مربع محیط او مساحت پیدا کړئ.
- ایا کولای شو د a په ځای بل هر مثبت عدد ولیکو؟ دا مثبت عدد څه راښیي؟

له پورته فعالیت څخه لیکلای شو:

کولای شو د قاعدې او قانون د بیانولو لپاره د تورو څخه کار واخلو څرنګه چې د تورو په ځای مختلف قیمتونه لیکلای شو نو دغه ډول توري متحول بلل کیږي.

لومړی مثال: د a او 5 جمع کولو څخه یو افاده ولیکئ او د $a = 2\ ,\ -3\ ,\ 5$ لپاره د افادې قیمتونه پیدا کړئ.

حل: نوموړې افاده د $a + 5$ څخه عبارت ده چې د a مختلفو قیمتونو لپاره لاندې جدول بشپړ وو.

a	2	– 3	5
a + 5	2 + 5 = 7	– 3 + 5 = 2	5 + 5 = 10

دویم مثال: هر یو عدد چې په خپل ځان کې ضرب شي د ضرب حاصل یې د 2 په توان له همغه عدد سره مساوي وي. دا عبارت د یوې افادې په شکل ولیکئ او په دوو مثالونو کې وښیاست.

حل: د تورو افاده یې عبارت ده، له: $a \times a = a^2$

که چیرې $a = 2$ وي نو: $2 \times 2 = 2^2 = 4$ دی.

که چیرې $a = \frac{1}{2}$ وي نو: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

تمرین

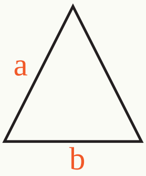
لاندې جملې د مناسبو تورو په ټاکلو سره د تورو د افادو په شکل وښیاست او د هر یوه لپاره ۳ عددي مثالونه ولیکئ.

- هر عدد د یو په توان مساوي دی له خپل هم هغه عدد سره.
- یو د هر عدد په توان مساوي دی له یوه سره.
- هر عدد د صفر په توان مساوي دی له یوه سره.
- صفر د هر عدد په توان مساوي دی له صفر سره.
- د یوه مکعب د حجم اندازه مساوي ده د هغه د یوې ضلعې اندازه په توان د 3 سره.
- ایا کولای شئ د پورته رابطو په ډول نورې رابطې ولیکئ؟ دوه مثالونه راوړئ.

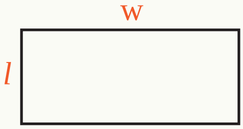
الجبري افادې

یوه بانک اعلان کړی دی چې د بانک د کلنۍ ربح نرخ 10% دی. ناصر له ځان سره فکر وکړ چې څومره پانګه د څومره وخت لپاره په بانک کې کېښېږدي چې له ګټې سره یې پانګه 2 برابره شي؟

فعالیت



- په مخامخ متساوی الساقین مثلث کې د ساق د ضلعې اندازه په a او قاعده یې په b سره ښیو، ولې دواړه ساقونه په a سره ښیو؟
- د مثلث محیط د یوې الجبري افادې په واسطه ولیکئ او محیط یې د $a = 4$ او $b = 5$ لپاره پیدا کړئ.



- د مستطیل محیط او مساحت د یوې الجبري افادې په شکل ولیکئ.
- د مستطیل مساحت او محیط د $w = \frac{3}{4}$ او $l = \frac{2}{3}$ لپاره پیدا کړئ.

له پورته فعالیت څخه لیکلای شو:
د $2a+b,\ 2a+b, 3a-b, a\cdot b, 4a, \frac{4a-b}{2}, \sqrt{4a}$ او a^2 افادې چې جمعې، تفریق، ویش، توان او جذر عملیو له ترکیب څخه چې په کې عددونه یویا څو متحولین دي، جوړ شوی وي الجبري افادې بلل کیږي، کولای شو د یوې الجبري افادې قیمت د متحول د مختلفو قیمتونو لپاره پیدا کړو

لومړی مثال: د $2b$ الجبري افادې قیمت د $2, -2, -3, 4, \frac{3}{2} =b$ لپاره پیدا کړئ.

حل:

b	2	4	-2	-3	$\frac{3}{2}$
2b	$2 \times 2 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$2 \times (-2) = -4$	$2 \times (-3) = -6$	$2 \times \frac{3}{2} = 3$

دویم مثال: که چېرې د یوه بانک کلنۍ ربح 10% وي، هغه قاعده چې بانک یې د پانګوالو ته د ربحې لپاره لري د الجبري افادې په شکل ولیکئ.

حل: که چېرې ربح په P، پانګه په A، بیه په R او وخت په T سره وښیو، نو لیکلای شو:

$$P = \frac{A \times R \times T}{100}$$

تمرین

1- د درکړل شوو قیمتونو له مخې د هرې الجبري افادې عددي قیمت پیدا کړئ.

a	2	–5	3
b	$-\frac{1}{2}$	9	5
$b(a+7)$			

x	1	6	–2
$x-\frac{1}{2}$			

2- پروین هره ورځ د تاریخ د کتاب خو مخه لولي. که د کتاب د مخونو شمېر x وي د هغو مخونو شمېر چې پروین یې په یوه ورځ کې لولي او د هغو مخونو شمېر چې پروین یې په یوه اونۍ کې لولي د یوې الجبري افادې په واسطه وښیاست.

د الجبري افادو ساده کول

x: کتابچې

y: قلمونه

$$2x + 3x = 5x$$

$$3x + 2y = ?$$

مریمې وویل: ما دوه کتابچې درلودې. پلار مې نورې درې کتابچې راته راوړې او س 5 کتابچې لرم.

کبیر وویل: زه هم درې کتابچې لرم. پلار مې 2 قلمونه راته واخیستل. څنګه ویلای شو؟

فعالیت

لاندې افادې ساده او بشپړې کړئ.

$5\times3+2\times3=(5+2)\times3=7\times3$

$8\times0.5-2\times0.5=(.....-.....)\times...=.....\times.....=.....$

2 +3 = (.....+.....) = ...

4 +3 +2 = (.....+.....+.....) = ...

$2a+3a=(.....+.....)a=.....a$

$-3y+4y=(.....+.....)y=.....y$

$2ax+3ax=(.....+.....)\times ax=.....ax$

- د پورته افادو په ساده کولو کې له کوم خاصیت څخه کار اخیستل شوی دی؟
- آیا کولای شو د 2 + 3 افاده ساده کړو؟
- آیا کولای شو د $2b + 3b$ افاده، ساده کړو؟

کولای شو له پورته فعالیت څخه داسې پایله تر لاسه کړو:

په پورته هره الجبري افاده کې $2ax$, $-3y$, $2a$ يو حده افاده بلل کیږي هغه دوه حدونه چې د هغو توپیر یوازي په ضریبونو کې دی، یعني ضریبونه یې توپیر لري توري او توانونه یو ډول وي، مشابه حدونه بلل کیږي. د الجبري افادې د ساده کولو لپاره مشابه حدونه په پام کې نیسو او هغوی یو له بله سره جمع یا یو له بله څخه تفریقوو.

لومړی مثال: لاندې افادې ساده کړئ:

$$5n+8s-2n-7s=?$$

حل: څرنگه چې د $5n$ او $-2n$ توپیر یوازې د متحول په ضریبونو کې دی نو مشابه حدونه دي په همدې ډول $-7s$ او $8s$ هم مشابه دي چې لاندې ډول ښودل شوي دي:

$$5n+8s-2n-7s=(5-2)n+(8-7)s=3n+s$$

څرنگه چې $-s$ او $3n$ یو له بله سره مشابه نه دي له دې څخه زیات ساده کیدای نشي.

دویم‌مثال: د $5xy^2+4yz-8$ او $xy^2+3yz+8$ افادې جمع کړئ.

$$\begin{array}{r} 5xy^2+4yz-8 \\ +\quad xy^2+3yz+8 \\ \hline 6xy^2+7yz \end{array}$$

تمرين

1- لاندې افادې ساده کړئ:

a) $5a+7d-4a+3d$

b) $8c+3k+5k-8k$

c) $3d+2c+4d+3c-5d$

d) $4b-5-3b+2$

e) $9xy-7x+5-x^2+2xy+2x^2-2$

f) $3a^2-7a-2-5a^2+3a+17$

g) $$\begin{array}{r} 3x^2+6xy+4y \\ +\ -x^2+4xy+9y \\ \hline \end{array}$$

h) $$\begin{array}{r} 3xy-2yz+4zx \\ +\ -2xy+yz+32zx \\ \hline \end{array}$$

2- لاندې کومې افادې یو له بله سره مشابه دي:

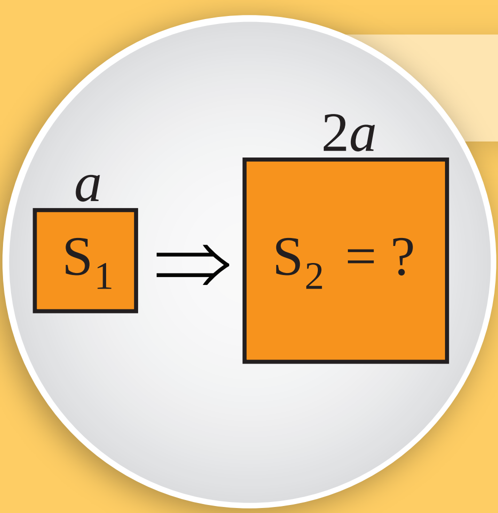
a) $-4x^2y\ ,\ 2x^3y^3$

b) $3xy^2\ ,\ 8x^3y$

c) $3x^2\ ,\ 9x^2$

د یو حده افادو ضرب

د a ضعلعي په اوږدوالی یوه مربع لرو که چیرې د مربع ضلعې دوه برابره شي د لومړی مربع پر دویمې مربع د مساحتونو نسبت څومره دی؟



فعالیت

لاندې تساوي ګانې په پام کې ونیسئ:

$$(3x^3y^2)\cdot(2x^2y) = (3\times 2)x^3y^2 \cdot x^2y = 6x^{3+2}y^{2+1} = 6x^5y^3$$

$$(4a^2b)\cdot(6ab^2) = (4\times 6)a^2b\cdot ab^2 = 24a^3b^3$$

- د ضرب په دې حاصل کې د ضرب د عملیې له کوم خاصیت او د طاقتونو د ضرب له کومې قاعدې څخه کار اخیستل شوی دی؟
- د مساوات د کیڼ لوري د حدونو عددي ضریبونه او د ښي لوري د حدونو عددي ضریبونه یو له بل سره څه ډول اړیکې لري؟
- د کیڼ لوري اوښي لوري په دوو الجبري افادو کې د هر یوه متحول توان یو له بل سره څه ډول اړیکې لري؟

پورتنی حسابونې په مخامخ حدونو باندې سرته ورسوئ:

$$3x^2y^3z^2 \times 4x^2y^3z = \ldots$$

$$-9x^3a^2 \times \frac{1}{5}ya^3 = \ \ldots$$

له پاسنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

خرنګه چې په پورتني فعالیت کې لکه $3x^3y^2, \frac{2y}{x}, 2x^2y, 4a^2b$ افادې د عدد او توان لرونکو متحولینو د ضرب څخه جوړ شوي دي، د یو حده او هغه عددونه چې د متحولینو کې ضرب شوي دي، د یوه حده ضریب بلل کیږي.

د یو حده په ضربولو کې لومړی باید د هغو ضریبونه یو بل سره ضرب کړو او د مشابه متحولینو توانونه هم یو له بل سره جمع کوو.

لومړی مثال: د $6b^3$ او $-4ab$ الجبري افادې یو له بله سره ضرب کړئ.

حل: $(-4ab)(6b^3) = (-4\cdot 6)abb^3 = -24ab^4$

دویم مثال:په لاندې الجبري افادو کې کومه یوه یې یو حده ده؟

a) $\frac{4}{5}y^2x$

b) $4y^2x + 5$

c) $\frac{4y^2}{x}$

d) $\sqrt{xy}$

حل: (a) c او d هریو، یو حده دی ځکه د یوه عدد او توان لرونکو متحولینو له ضرب څخه جوړ شوي دي.

تمرین

د لاندې یو حده افادو د ضرب حاصل پیدا کړئ:

$a)\ (-5x^2ay)\times(3ax)$

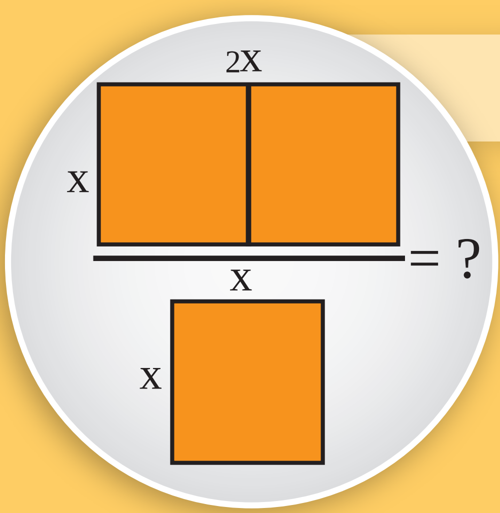
$b)\ (-2xy^2z)\times(x^2z)$

$c)-2xy^2\times(-3a^2)$

$d)\ (-3x^2)\times(-5xy^2)$

$e)\ (-\frac{1}{3}x^2y)\times(-\frac{1}{2}xy^3)$

د یو حده افادو ویش



د یوه مستطیل مساحت چې اوږدوالی 2x او سور یې y دي، د هغې مربع د مساحت څو برابره کیږي چې اوږدوالی یې x دی؟

فعالیت

تش ځایونه ډک کړئ.

$$\frac{3y^5}{y^2} \begin{cases} \dfrac{3y^5}{y^2} = \dfrac{3y^{\square}\,y^{\square}}{y^2} \\[2ex] \dfrac{3y^5}{y^2} = 3y^{\square - \square} = 3y^{\square} \end{cases}$$

$$\frac{6x^5\,y^5}{7x^2\,y^3} \begin{cases} \dfrac{6x^5\,y^5}{7x^2\,y^3} = \dfrac{6x^{\square}\,x^{\square}\,y^{\square}\,y^{\square}}{7x^2y^3} = \dfrac{6}{7}\,x^{\square}\,y^{\square} \\[2ex] \dfrac{6x^5\,y^5}{7x^2\,y^3} = \dfrac{6}{7}\,x^{\square - \square}\,y^{\square - \square} = \dfrac{6}{7}\,x^{\square}\,y^{\square} \end{cases}$$

- د یوه حده افادو د ویش دواړه طریقې یو له بل سره پرتله او ووایاست چې په هره طریقه کې له کوم خاصیت څخه کار اخیستل شوی دی؟
- د متحولینو ضریب او توانونه چې په مقسوم او مقسوم علیه کې دي یو له بل سره څه ډول اړیکې لري؟

د پورته فعالیت څخه ویلای شو:

د یو حده افادو په ویش کې د کسرونو د ساده کولو له طریقې څخه کار اخیستل کیږي. لومړی د یو حده افادې عددي ضریبونه یو پر بل ویشو او پاتې حدونه د توانونو د قوانینو له مخې سره ساده کوو.

لومړی مثال: د $-20x^4y^3z$ یو حده افاده پر $5x^3y^2z$ باندې ویشو:

حل:

$$\frac{-20x^4y^3z}{5x^3y^2z}=\frac{-20}{5}\times\frac{x^4}{x^3}\times\frac{y^3}{y^2}\times\frac{z}{z}$$
$$=-4xy$$

دويم مثال: د $\frac{12x^3+8x^2}{2x}$ الجبري افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{12x^3+8x^2}{2x}=\frac{12x^3}{2x}+\frac{8x^2}{2x}$$
$$=6x^2+4x$$

تمرين

ساده يې کړئ:

a) $\frac{-a^4b^8}{a^4b^7}$

b) $\frac{a^4b^2}{a^6b^2}$

c) $\frac{10m^4}{30m}$

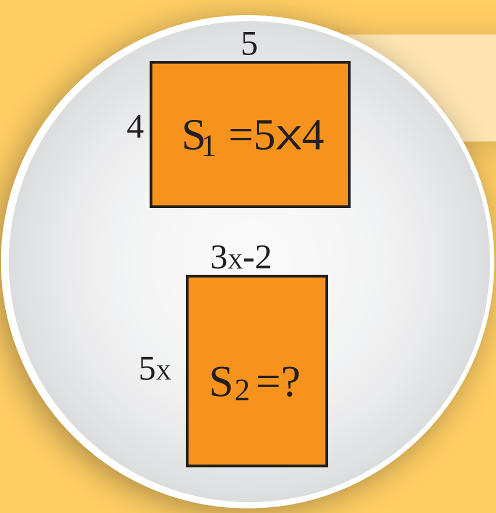
d) $\frac{-9c^4d^5}{-45c^3d^3}$

e) $\frac{6xy^2-3xy+2x^2y}{xy}$

f) $\frac{4y^2+6}{2}$

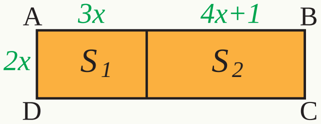
g) $\frac{8a^2b^4-14ab^3+6ab}{ab}$

د الجبري افادو ضرب



پوهیږو، که د یو مستطیل اوږدوالی 5 او سور یې 4 سانتي متره وي، مساحت یې څنګه پیدا کولای شو؟آیا د یو داسې مستطیل مساحت چې اوږدوالی یې 3x-2 او سور یې 5x وي هم پیدا کولای شو؟

فعالیت



مخامخ شکل په پام کې ونیسئ:

- د S_1 مستطیل مساحت په یوه الجبري افادې ولیکئ.
- د S_2 مستطیل مساحت په یوه الجبري افادې ولیکئ.
- د $ABCD$ مستطیل مساحت په یوه الجبري افادې ولیکئ او هغه په S سره وښیاست.
- د S , S_1 او S_2 ترمنځ څه ډول اړیکې شتون لري؟

د پورته فعالیت څخه لیکلای شو:

که چیرې یو الجبري حد په یوې الجبري افادې کې ضرب کړو ددې لپاره په جمع کې د توزیعي له خاصیت څخه کار اخیستلی شو.

لومړی مثال: د $-5ax^2$ یو حده د $x^2 - a^2$ په الجبري افادې کې ضرب او دضرب حاصل یې پیدا کړئ.

حل:

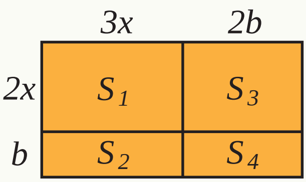
$$-5ax^2(x^2 - a^2) = (-5ax^2)\times x^2 + (-5ax^2)\times(-a^2)$$
$$= -5ax^4 + 5a^3x^2$$

دویم مثال: $3a^2(a^3 - 2a^2 + 6a) = ?$

حل:

$$3a^2(a^3 - 2a^2 + 6a) = 3a^2(a^3) + 3a^2(-2a^2) + 3a^2(6a)$$
$$= 3a^5 - 6a^4 + 18a^3$$

فعالیت



- مخامخ شکل په پام کې ونیسئ.
- د S_1 مستطیل مساحت پیداکړئ.
- د S_2 مستطیل مساحت پیداکړئ.
- د S_3 مستطیل مساحت پیداکړئ.
- د S_4 مستطیل مساحت پیداکړئ.
- که چېرې د مستطیل اوږدوالی $3x+2b$ او سور یې $2x+b$ وي.د لوی مستطیل مساحت پیدا کړئ او هغه په S سره وښیاست.
- د S ، S_1 ، S_2 ، S_3 او S_4 تر منځ اړیکې ولیکئ.

له پورته فعالیت څخه لیکلی شو:

که چېرې دوه الجبري افادې یو له بل سره ضرب کړو ددې له پاره په جمع کې د توزیعي خاصیت څخه په کار اخیستنې سره د لومړۍ افادې ټول حدونه په ترتیب سره د دویمې افادې په ټولو حدونو کې ضربوو.

لومړی مثال: د $x+2$ دوه حده د $x-1$ په دوه حده کې ضرب او د ضرب حاصل یې په لاس راوړئ.

حل:

$$(x+2)(x-1)=x(x-1)+2(x-1)$$
$$=x^2-x+2x-2$$
$$=x^2+x-2$$

دویم مثال: د $(x+2)(x-2)$ افاده ساده کړئ.

حل:

$$(x+2)(x-2)=x(x-2)+2(x-2)$$
$$=x^2-2x+2x-4$$
$$=x^2-4$$

درېیم مثال: د $(x-2)$ دوه حده د (x^3+5x-7) په درې حده کې ضرب او د ضرب حاصل یې پیدا کړئ.

حل:

$$(x-2)(x^3+5x-7)=x\cdot x^3+x\cdot 5x+x(-7)-2x^3-2(5x)-2(-7)$$
$$=x^4+5x^2-7x-2x^3-10x+14$$
$$=x^4+5x^2-2x^3-17x+14$$

تمرین

د لاندې افادو د ضرب حاصل لاس ته راوړئ:

1) $-3n(2n^4-6n^2)$
2) $5ab(a^2-ab+b^2)$
3) $-9k^3(2k^2-4k-7)$
4) $(a+b)(x+y)$
5) $(x+1)(x^2-x+1)$
6) $(2a+3b)(2a-\frac{3c}{2})$

مطابقتونه
Identities

$$(10002)(9998)=$$
$$(10000+2)(10000-2)$$
$$=(10000)^2-2^2$$

ایا کولای شئ د، 10002×9998 د ضرب لپاره یوه ساده او لنډه لار پیدا کړئ؟

فعالیت

په لاندې جدول کې د A او B دوو الجبري افادو قیمت د x د مختلف قیمتونو لپاره پیدا کړئ:

x	$A = 3x(2x-4)$	$B = 6x^2-12x$
3		
2		
-4		
0		
$\frac{1}{2}$		

- د A او B ترمنځ څه ډول اړیکې شته دی؟
- لاس ته راغلې رابطه په دوو نورو مثالونو کې وازمویئ.

له پورته فعالیت څخه کولای شو د A او B ترمنځ اړیکې په لاندې توګه په لنډ ډول بیان کړو:

دوه الجبري افادې چې د متحول ټولو قیمتونو لپاره، تل سره مساوي وي یو مطابقت بلل کیږي.

فعالیت

- د ضرب لاندې عملیې سرته ورسوئ.

a) $202\cdot 198=?$

b) $104\cdot 96=?$

a) $32\cdot 28=?$

- تش ځایونه ډک کړئ.

a: $(a+b)(a-b)=\cdots-\cdots+\cdots-\cdots$

b: $(a-b)(a+b)=\cdots+\cdots-\cdots-\cdots$

- په پورته افادو کې $a=200$ او $b=2$ د مساوات په ښي او کيڼي خواو کې کښېږدئ د a او b اجزاو د ضرب حاصل يو له بل سره پرتله کړئ. کومه طريقه ساده ده؟
- بيا $a=100$ او $b=4$ د مساوات په ښي او کيڼي خواوو کې کښېږدئ د a او b د ضرب حاصل يو له بله سره پرتله کړئ.

له پورته فعاليت څخه داسې پايله لاس ته راځي:

د دوو عددونو د مجموع او هم هغه دوو عددونو د تفاضل د ضرب حاصل مساوي دي د هم هغه دوو عددونو د مربعاتو له تفاضل سره لکه $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ چې د مربعاتو د تفاضل په نامه ياديږي.

مثال: دلاندې هرې افادې د ضرب حاصل پيدا کړئ:

a) $(x-5)(x+5)$ b) $(5x^2y^5+7)(5x^2y^5-7)$

c) $(2a^2+5a)(2a^2-5a)$ d) $(\frac{x}{4}-1)(\frac{x}{4}+1)$

حل a):

$$(x-5)(x+5)=x\times x+5x-5x-5\times 5$$
$$=x^2-25$$

b):

$$(5x^2y^5+7)(5x^2y^5-7)=(5x^2y^5)^2-7(5x^2y^5)+7(5x^2y^5)-(7)^2$$
$$=25x^4y^{10}-49$$

c):

$$(2a^2+5a)(2a^2-5a)=(2a^2)^2-(5a)^2$$
$$=4a^4-25a^2$$

d):

$$(\frac{x}{4}+1)(\frac{x}{4}-1)=(\frac{x}{4})^2-(1)^2$$
$$=\frac{x^2}{16}-1$$

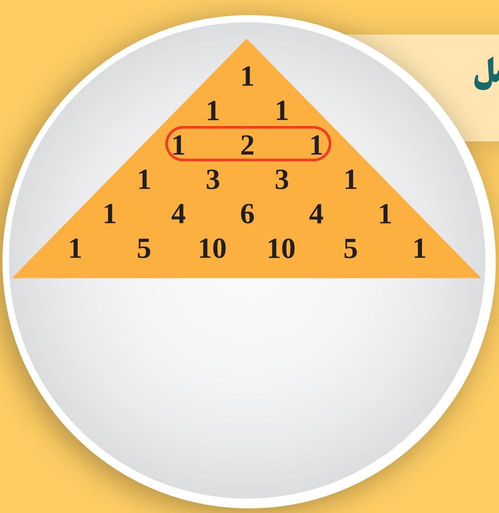
تمرين

لاندې افادې ضرب او دوه حده د مربعاتو د تفاضل په شکل يې وليکئ.

a) $(P-7)(P+7)$ b) $(\frac{1}{x}+1)(\frac{1}{x}-1)$ c) $(x+2)(x-2)$

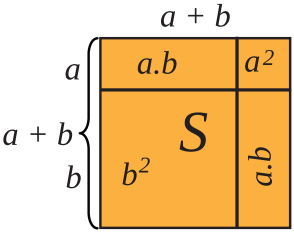
d) $(2x+5)(2x-5)$ e) $(49+1)(49-1)$ f) $(6x-y)(6x+y)$

د دوه حده افادو جمعي او تفاضل مربع



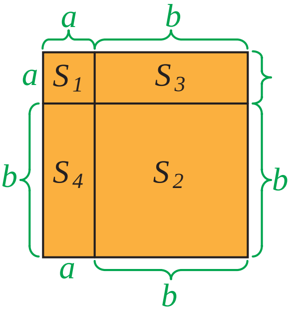
مخامخ عددي مثلث د پاسکال مثلث په نامه یادیږي ددې مثلث دریمه لیکه څه راښيي؟

فعالیت



- یوه مربع په پام کې ونیسئ چې د ضلعې اوږدوالی يې $a+b$ وي.
- د مربع مساحت په S سره وښیاست او قیمت يې ولیکئ.
- نوموړې مربع په داسې دوو مربعګانو چې مساحتونه يې a^2, b^2 او دوو مستطیلونو چې مساحتونه يې a.b وي د لاندې شکل په ډول وویشئ او هغه په S_1 ، S_2 ، S_3 او S_4 سره وښیاست.
- د مربع ګانو او مستطیلونو د مساحتونو مجموعه ولیکئ.
- د اصلي یعنې لومړنی مربع مساحت د مربع ګانو او مستطیلونو د مساحتونو له مجموعي سره څه ډول اړیکه لري؟
- لاسته راغلې رابطه په جمع کې د ضرب توزیعي خاصیت په کارولو سره وښیاست.

له پورته فعالیت څخه لیکلای شو:



د دوو حدونو د مجموعو مربع مساوي دی د لومړي حد مربع جمع د لومړي او دویم حدونو د ضرب حاصل دوه برابره جمع د دویم حد مربع سره یعنې:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

لومړی مثال: د $(x+3)^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ.

حل:

$$(x+3)^2 = x^2 + 2\times 3\times x + (3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

دویم مثال: د $(3x+5y)^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ.

حل: د $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ مطابقت په کارولو سره لیکلی شو:

$$(3x+5y)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5y) + (5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2$$

دریم مثال: $(x+\frac{1}{2})^2 = x^2 + 2\frac{1}{2}x + (\frac{1}{2})^2$

حل: که چېرې د $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ په مطابقت کې د b په ځای (-b) کښېږدو نو یو نوی مطابقت لیکو.

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

د دوو حدونو د تفاضل مربع مساوي دی د لومړي حد مربع منفي د لومړي او دویم حدونو د ضرب حاصل دوه برابره جمع د دویم حد مربع لکه: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

څلورم مثال: د $(x-1)^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ.

حل: د $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ مطابقت په کارولو سره لیکلی شو:

$$(x-1)^2 = x^2 - 2(x)(1) + (1)^2$$

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

پنځم مثال: د $(8x - \frac{1}{3})^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ.

حل:

$$(8x-\frac{1}{3})^2 = (8x)^2 - 2(8x)(\frac{1}{3}) + (\frac{1}{3})^2 = 64x^2 - \frac{16}{3}x + \frac{1}{9}$$

تمرین

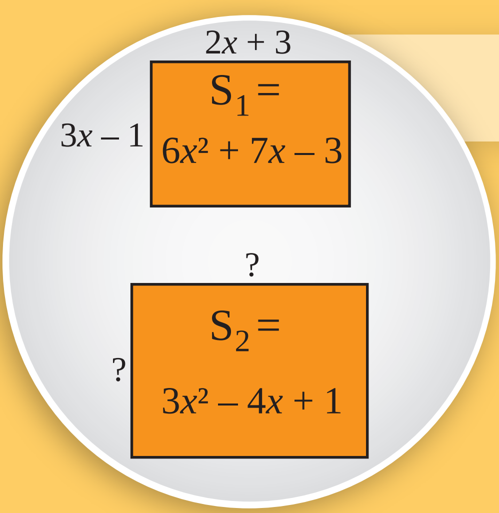
1- لاندې افادو ته د مطابقت په ډول پراختیا ورکړئ.

a) $(m+1)^2 = ?$ b) $(x+7)^2 = ?$ c) $(x+12)^2 = ?$ d) $(x+4)^2 = ?$

2- لاندې افادو ته پراختیا ورکړئ.

a) $(\frac{1}{x} - 3)^2 = ?$ b) $(12x - 5y)^2 = ?$ c) $(6x - \frac{1}{2})^2 = ?$

د الجبري افادو تجزيه



تاسو تر اوسه وکړای شول د یوه مستطیل مساحت چې اوږدوالی یې $2x+3$ او سور یې $3x-1$ دی پیدا کړئ.
ایا فکر مو کړی دی څرنګه کولای شو د مستطیل اوږدوالی او سور پیدا کړو په داسې حال کې چې مساحت یې $3x^2-4x+1$ دی؟

فعالیت

تش ځایونه ډک کړئ.

$(2x-3)(2x+3) = \ldots - \ldots$

$(3y+\ldots)(3y-\ldots) = 9y^2 - a^2$

$(\ldots+\ldots)(\ldots-\ldots) = 4x^2 - 9$

$(4y-2x)^2 = \ldots - \ldots + 4x^2$

$(\ldots+2y)^2 = a^2 - 4ay + \ldots$

$(\ldots+\ldots)^2 = 4x^2 + 12x + 9$

په پورته فعالیت کې مو ولیدل چې ځینې وخت یوه الجبري افاده د ضرب په شکل په دوو الجبري افادو سره لیکلی شو:

د یوې الجبري افادې لیکل د دوو او یا څو افادو د ضرب په ډول سره تجزیه بلل کیږي.

لومړی مثال: د $4-16x^2$ الجبري افاده تجزیه کړئ.

حل: د مطابقت په کارولو سره لرو:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(2)^2 - (4x)^2 = (2-4x)(2+4x)$$

دویم مثال: د $25a^2-4b^2$ الجبري افاده تجزیه کړئ:

حل:

$$25a^2 - 4b^2 = (5a)^2 - (2b)^2$$
$$= (5a-2b)(5a+2b)$$

دریم مثال: د $x^2+12x+36$ الجبري افاده تجزیه کړئ.

حل: پوهیږو چې:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$x^2+2\times x\times 6+(6)^2$$

لیدل کیږي چې د لومړي اودریمو حدونو د جذرالمربع د ضرب حاصل دوه برابره منځنی (دویم حد) حد راکوي نو پورتنی افاده د $(a+b)^2$ مطابقت شکل لري.

$$x^2+12x+36=(x+6)^2=(x+6)(x+6)$$

څلورم مثال: د $4a^2+28a+49$ افاده د دوه قوسونو د ضرب په شکل ولیکئ.

حل:

$$(2a)^2+2\times 2a\times 7+(7)^2$$

لیدل کیږي چې د لومړي او دریمو حدونو جذرالمربع د ضرب حاصل دوه برابره منځنی (دویم حد) حد راکوي نو پورتنی افاده د $(a+b)^2$ مطابقت شکل لري.

په پایله کې:

$$4a^2+28a+49=(2a+7)^2=(2a+7)(2a+7)$$

پنځم مثال: د x^2-4x+4 الجبري افاده د دوو قوسونو د ضرب په شکل ولیکئ.

حل:

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$$x^2-2\times x\times 2+(2)^2$$

لیدل کیږي چې د لومړي او دریمو حدونو جذرالمربع د ضرب حاصل دوه برابره منځنی (دویم حد) حد راکوي نو پورتنی افاده د $(a+b)^2$ مطابقت شکل لري.

په پایله کې:

$$x^2-2\times x\times 2+(2)^2=(x-2)^2=(x-2)(x-2)$$

تمرین

1- لاندې الجبري افادې تحزیه کړئ:

a) $49x-16$ b) m^2-36 c) $49-y^2$

d) $25-x^2$ e) x^2y^2-64 f) $\frac{1}{64x^2}-y^2$

2- لاندې افادې د $(a+b)^2$ او $(a-b)^2$ مطابقتونو په ډول په دوو قوسونو سره تجزیه کړئ.

a) $x^2+2xy+y^2$ b) x^2+6x+9 c) $2a^2+4ab+b^2$

d) $4x^2y^2+4xy+1$ e) $b^2-12b+36$ f) $4a^2-12ab+9$

د اووم فصل مهم ټکي

• د متحول مفهوم

کولای شو د عمومي قاعدې او قانون د بیانولو لپاره له تورو څخه کار واخلو او د تورو په مختلفو قیمتونو سره افاده مختلف قیمتونه غوره کوي چې په دې صورت کې تورو ته محتول ویل کیږي.

• مشابه یا ورته حدونه

هغه حدونه چې د هغو توپیر یوازې په ضریبونو کې وي او ضریبونه یې توپیر ولري، توري او توانونه یې یو ډول وي مشابه حدونه بلل کیږي.

• الجبري افادې

د $2a+b$, $\sqrt{4a+b}$, ab , $3x-4$, a^2 افادې چې د جمعې، تفریق، ضرب، ویش توان او جذر د عملیو له ترکیب څخه چې په کې عددونه، یو یا څو متحولین دي جوړ شوی وي، الجبري افادې بلل کیږي.کولای شو د یوې الجبري افادې قیمت د متحول دمختلفو قیمتونو لپاره پیدا کړو.

• د یوه حده افادې تعریف

هغه عددونه یا الجبري توري، چې د ضرب، ویش، طاقت او جذر عملیو لاندې راغلی وي، یو حده الجبري افاده بلل کیږي.

• د یو ه حده افادې ضریب

هغه عدد، چې په متحولینو کې ضربیږي د یوه حده افادې ضریب بلل کیږي.

• د دوو یو حده الجبري افادو ضرب کول

څرنګه چې په پورتني فعالیت کې لکه $3x^3y^2$, $\frac{2y}{x}$, $2x^2y$, $4a^2b$ افادې د عدد او توان لرونکو متحولینو د ضرب څخه جوړ شوي دي، د یو حده او هغه عددونه چې د متحویلینو کې ضرب شوي دي، د یوه حده ضریب بلل کیږي.

د یو حده په ضربولو کې لومړی باید د هغو ضریبونه یو بل سره ضرب کړو او د مشابه متحولینو توانونه هم یو له بل سره جمع کوو.

یوحده: یوه الجبري افاده چې یوازې د ضرب او یا ویش په حالت کې وي یو حده افاده جوړوي لکه

$$4a^2b \ , \ 6ab^2 \ , \ \frac{3y^2}{3x^2} \ , \ \frac{3abc}{c^2} \ , \ 2x^2y \ \text{و} \ \frac{3x^2y^2}{5ab}$$

• د يوې الجبري افادې وېش پر بلې باندې:

د يو حده افادو په وېش کې د کسرونو د ساده کولو له طريقې څخه کار اخيستل کيږي لومړی د يو حده افادې عددي ضريبونه يو پر بل باندې وېشو او پاتې حدونه د توانونو د قوانينو څخه په کار اخيستنې سره ساده کوو.

• مطابقت:

• دوه الجبري افادې چې د مساوات په دواړو خواو کې د متحول د ټولو قيمتونو لپاره تل مساوي وي، يو مطابقت بلل کيږي.

• د دوو عددونو مجموعه او د همغه دوو عددونو تفاضل د ضرب حاصل مساوي دی د هم هغو دوو عددونو د مربعاتو له تفاضل سره چې د مربعاتو د تفاضل په نامه يادېږي.

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

• د دوو حدونو د مجموع مربع مساوي دی د لومړی حد مربع جمع د لومړی او دويم حدونو د ضرب حاصل دوه بر ابره جمع د دويم حد مربع: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

• د دوو حدونو د تفاضل مربع مساوي ده د لومړی حد مربع منفي د لومړی او دويم حدونو د ضرب حاصل دوه برابره جمع د دويم حد مربع:

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

عمومي پوښتني

1- لاندې پوښتنې په غور سره ولولئ د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي سم ځواب يې وټاکئ او کرښه ترې تاو کړئ.

- يو عدد ضرب په خپل عددکې جمع 6 عبارت دی له:

$a)\ x^2-6$ $b)\ x+6$ $c)\ x^2+6$ $d)$ هيڅ يويې هم نه دی

- د $-5ab(4ac)$ د ضرب حاصل عبارت دی له:

a) $-2a^2bc$ b) $-20a^2bc$ c) $2ab^2c$ d) $20a^2bc^2$

- د $\frac{4m^2n^2}{-4m^3n^2}$ د وېش حاصل عبارت دی له:

$a)\ m^{-1}$ $b)\ \frac{-1}{m}$ $c)\ -m^{-1}$ $d)$ د b او c ځوابونه صحيح دي

- که چېرې $x=\frac{1}{2}$ وي په دې صورت کې د $6x^3-\frac{1}{2}$ افادې قيمت عبارت دی له:

$a)\ -\frac{1}{4}$ $b)\ 4$ $c)\ 4^{-1}$ $d)\ \frac{1}{4}x$

- m^2-9n^2 مساوي دی له:

$a)\ (m-3n)(m+3n)$ $b)\ (m-3n)(m-3n)$

$c)\ (m+3n)(m+3n)$ $d)$ درې واړه غلط دي

2- لاندې جملې په غور ولولئ تش ځايونه يې په مناسبو کلمو او عددونو سره ډک کړئ:

- د الجبري افادو د ساده کولو لپاره .... يو له بل سره جمع او يا يو له بل څخه تفريقوو.
- $(a+b)^2=\cdots+2ab+b^2$
- هغه عددونه يا الجبري توري چې .... تر عمليو لاندې راغلي وي يو الجبري حد بلل کيږي.
- هغه عدد چې په متحولينو کې .... کيږي. د يوه حده ضريب بلل کيږي.

3- لاندې افادې ساده کړئ:

$a)\ 2b(-3c)^2$ $\quad b)\ (-6xy^2)(-ax^2y^2)$ $\quad c)\ -3b^2(-2ab)(6a^2b)$

$d)\ -2a(-3ab)^2$ $\quad e)\ 4y^2(6xy)$ $\quad f)\ (-2a^3)(-5ab^2)$

4- لاندې کسرونه ساده کړئ:

$a)\ \frac{12x^2y^4}{2xy^3}$ $\quad b)\ \frac{3ab}{-3a}$ $\quad c)\ \frac{16r^3s}{-2rs}$

$d)\ \frac{-15xyz}{-3xy}$ $\quad e)\ \frac{-5a^2b+10ab^2}{-5ab}$ $\quad f)\ \frac{6x^2-4x^2}{-2x^2}$

5- ساده یې کړئ:

$a)\ 7a^3b^4c^2-8a^3b^4c^2$

$$b)\ \begin{array}{r} 5x+y \\ +\ 3x-2y \\ \hline \end{array} \qquad c)\ \begin{array}{r} 4a+5b-2c \\ +\ 4a-3b-2c \\ \hline \end{array}$$

6- لاندې هر یو دوه حده تجزیه کړئ:

$a)\ x^2-1$ $\quad b)\ x^2y^2-64$ $\quad c)\ \frac{4a^2}{b^2}-25$

$d)\ m^2-16a$ $\quad e)\ x^2-\frac{1}{4}$ $\quad f)\ \frac{1}{4}a^2-\frac{1}{9}b^2$

$g)\ 121-y^2$ $\quad h)\ \frac{25a^2}{b^2}-\frac{36a^2}{d^2}$ $\quad i)\ \frac{81}{a^2}-\frac{b^2}{49}$

7- د مطابقت په کارولو سره لاندې افادې ساده کړئ:

$a)\ (\frac{1}{2}+z)(\frac{1}{2}-z)$ $\quad b)\ (\frac{a}{5}+\frac{1}{b})(\frac{a}{5}-\frac{1}{b})$ $\quad c)\ (5a+2b)(5a-2b)$

8- لاندې الجبري افادو ته پراختیا ورکړئ:

$a)\ (m+1)^2$ $\quad b)\ (y-2)^2$ $\quad c)\ (x+\frac{3}{2})^2$

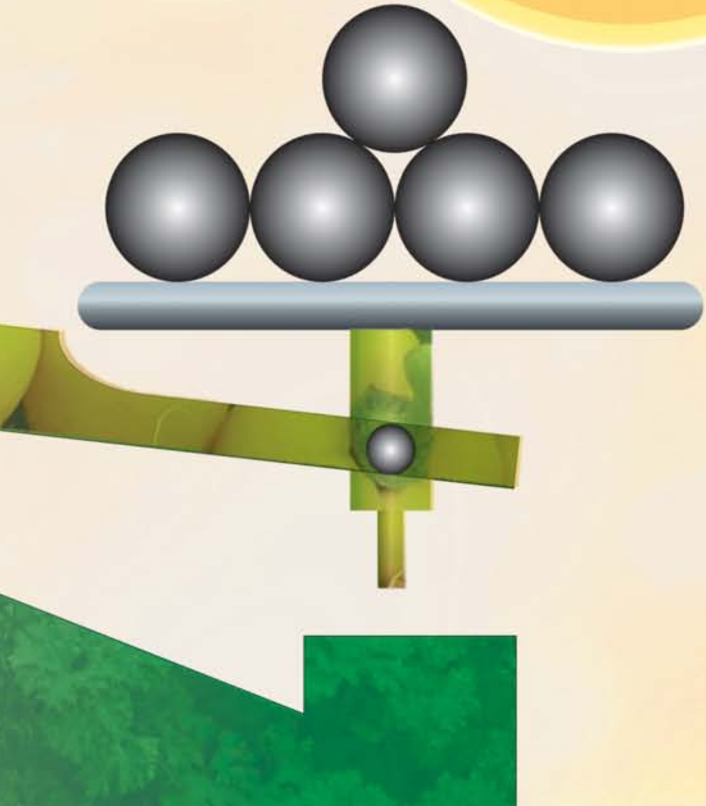
$d)\ (b-\frac{5}{2})^2$ $\quad e)\ (a+7)^2$ $\quad f)\ (m+\frac{1}{4})^2$

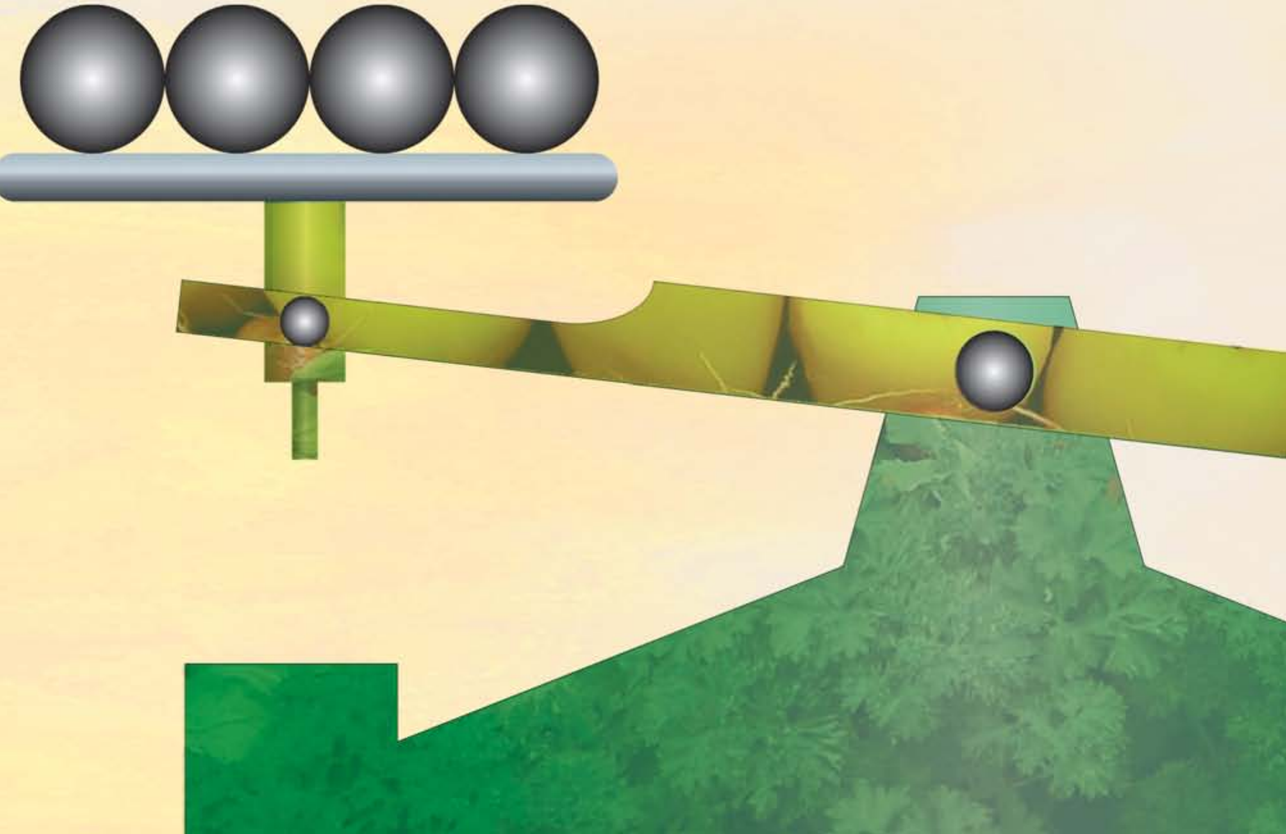
9- لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ:

$a)\ 4x^2y^2-9z^4$ $\quad b)\ x^2-8x+16$ $\quad c)\ a^2x^2+4axy+4y^2$

اتم فصل

معادلې





د معادلې مفهوم

فهیمې په لاس کې دې خو افغانۍ دي؟
که د لاس له پیسو څخه دوه افغانۍ کمې شي شل افغانۍ کیږي.
زرغونه:پوه شوم چې اوس خو افغانۍ لري.
فهیمه: څنګه پوه شوې چې زه څو افغانۍ لرم؟

فعالیت

زلمي وغوښتل له یوې هټۍ څخه یو کیلوګرام بوره راونیسي. هټیوال یوازې د 100 ګرامو150 ګرامو، 250 ګرامو، نیم کیلویي او د 2 کیلوګرام وزنونه درلودل.

• هټیوال زلمی ته په څه ډول بوره وتلې؟ د یو کیلوګرام بورې تللو لپاره کومه یوه لاندې طریقه سمه ده؟

• هټیوال لومړی نیم کیلو بوره تلې، بیا د نیم کیلویي وزن د نیم کیلو تلل شوې بورې سره یو ځای د تلې په یوه پله کې یږدي او د تلې په بله پله کې یو کیلوګرام بوره تلي.

• هټیوال دوه کیلوګرامه بوره تلي او بیا 2 کیلو تلل شوې بوره د تلې په دواړو پلو کې نیمایي کوي.

• د پورته وزنونو په درلودلو تاسو کولای شئ د یو کیلوګرام بورې د اندازه کولو لپاره کومه بله طریقه وړاندې کړئ؟ د هرې طریقې په پای کې د تلې دواړه پلې نسبت یو بل ته څه ډول حالت لري په هره طریقه کې د تلې د دواړو پلو توکې یو له بل سره څه ډول نسبت لري؟

• که چیرې د تلې په یوه پله کې یو نامعلوم تړلی وزن او یو کیلویي وزن او په بله پله کې یې د نیم کیلویي او دوه کیلویي وزنونه داسې کېښودل شي چې تله د تعادل او برابروالی حالت ولري. د تلې د پلو تعادل او برابروالی د یوې الجبري مساوات په واسطه وښیاست؟

- ایاګومان کولای شی چې تړلي وزن څومره دی؟ په بل عبارت نامعلوم تړلی شی به څومره وزن ولري تر څو تله د تعادل حالت وساتي.

په پورته فعالیت کې د یوه کیلوګرام بورې د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل د معادلې د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

تعریف

یو الجبري مساوات چې یو نامعلوم متحول ولري او د مجهول د ځینو قیمتونو لپاره صدق کوي معادله بلل کیږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په یوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل یا ځواب بلل کیږي.

- هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د معادلې مجهول بلل کیږي او هغه په x سره ښيي.

مثال: که چېرې له یوه عدد سره د 5 عدد جمع شي له 15 سره مساوي کیږي، عدد پیدا کړئ؟

حل: هغه عدد چې غواړو پیدا یې کړو، یعني مجهول ته x وایو. نو پوښتنه داسې ده که چېرې له x سره د 5 عدد جمع شي 15 کیږي، یعني: $x+5=15$

هغه کوم عدد دی چې له 5 سره جمع شي او په پایله کې 15 لاس ته راشي؟

له پورته معادلې ځخه کولای شو ووایو چې د 10 عدد دی یعني:

$$x=10$$

اوس که چېرې د پوښتنې د ازمولو لپاره لاس ته راغلی عدد د $x+5=15$ په معادله کې کښېږدو نو لرو:

$$x+5=15$$
$$10+5=15$$
$$15=15$$

څرنګه چې عددي مساوات د $15=15$ صحیح دی له دې امله هغه د ګوماني عدد ځواب د معادلې لپاره سم دی.

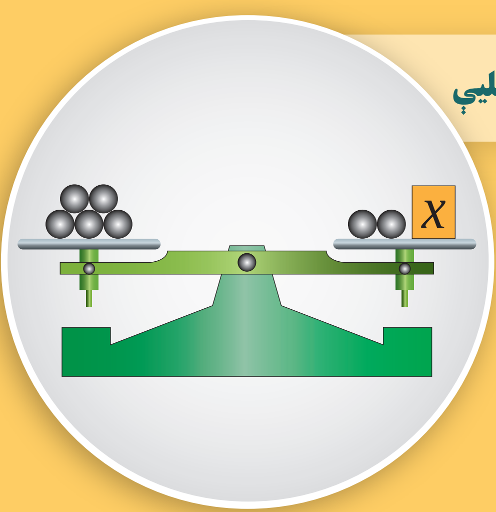
تمرین

1- که چېرې د یوه متساوي الاضلاع مثلث محیط (شاوخوا) مساوي د 9 واحده سره وي د یوې الجبري مساوات په واسطه د مثلث د ضلعو اوږدوالی پیدا کړئ.

2- که چېرې د یوه عدد سره 9 جمع شي 14 په لاس راځي، عدد کوم دی؟

3- د لوست په پیل کې د زرغونې او فهیمې ترمنځ خبرې شوی په یوې الجبري مساوات ولیکئ.

په معادله کې د جمعې او تفریق عملیې



که چیرې یو نا معلوم وزن او دوه غونډاري د تلې په یوه خوا کې او په بله خوا کې یې 5 غونډاري داسې کېښودل شي چې د تلې خواوې سره برابرې او مساوي وي. نامعلوم وزن د څو غونډارو سره مساوي کېږي؟ څه ویلای شئ؟

فعالیت

په پورتني حالت کې د تلې تعادل په دې معنا دی چې د جسمونو وزن د تلې په دواړه پلو کې یو له بل سره برابر دی، نو که چیرې د کیڼې خوا نامعلوم وزن ته x ووایو، لاندې پوښتنو ته ځواب ووایاست:

- هغه عبارت یا ریاضیکي افاده چې د تلې د تعادل لپاره 2 غونډارو او یوه مجهول وزن په یوه خوا کې او په بله خواکې د 5 غونډارو څخه جوړیږي، ولیکئ؟
- که چیرې د تلې له دواړه پلو څخه 2 غونډاري واخیستل شي آیا د تلې تعادل پاتې کیږي؟
- د تلې له دواړه پلو څخه د غوندارو اخیستل د ریاضي له نظره یا د ریاضي په عملیه کې یو ډول دی؟
- دا چې د غونډارو په کمولو سره تعادل له منځه نه ځي دا عمل د ریاضي له نظره څه معنا لري؟
- که چیرې اوس د تلې په دواړه پلو کې 4 غونډاري چې سره مساوي او هم ډول دي، ورزیات شي څه پیښیږي؟

د پورته فعالیت سرته رسولو او لیدلو څخه لاندې پایله په لاس راځي:

که چیرې یو تله د تعادل په حالت کې وي او له دواړه خواو څخه عیني مقدار یا اندازه کمه شي او یا په دواړه پلو کې مساوي مقدارونه یا اندازې ورزیاتې شي، بیا هم تعادل پاتې کیږي.
د ریاضي په اصطلاح که چیرې د یوه مساوات له دواړو خواو څخه عیني عدد کم او یا له هغه سره هماغه عدد جمع کړو بیا هم د مساوات دواړه خواوې یو له بل سره مساوي پاتې کیږي. یعني:
که چیرې $a=b$ وي، د c هر حقیقي عدد لپاره:
$a+c=b+c$ او $a-c=b-c$ دي.
له دې خاصیت څخه د معادلو په حل کې کار اخیستل کیږي.

لومړی مثال: د $x+7=9$ معادله حل کړئ؟

پوهیږو که چېرې د معادلې له دواړه خوا څخه 7 تفریق کړو د معادلې په تعادل کې بدلون نه راځي، له دې امله:

$$x+7-7=9-7$$
$$x=2$$

ازمایښت: که چېرې د معادلې حل یعنې 2 په راکړل شوی لومړی معادله کې د x په ځای کېښودل شي، نو لرو:

$$x+7=9$$
$$2+7=9$$
$$9=9$$

څرنګه چې د مساوات دواړه خواوې سره مساوي دي، د معادلې حل یعنې $x=2$ سم دی.

دویم مثال: د $x-5=4$ معادلې حل په لاس راوړئ؟

حل: که چېرې د معادلې په دواړو خواو باندې 5 ورزیات کړو د معادلې په تعادل کې بدلون نه راځي.

$$x-5+5=4+5$$
$$x=9$$

ازمایښت: د معادلې حل یعنې 9 په اصلي معادله کې د x په ځای ږدو:

$$x-5=4$$
$$9-5=4$$
$$4=4$$

څرنګه چې د $4=4$ مساوات شتوالی لري له دې امله؛ $x=9$ د معادلې حل دی.

تمرین

1- که چېرې په یوه عدد باندې 3 ورزیات کړو 15 په لاس راځي؛ عدد کوم دی؟

2- که چېرې له یوه عدد څخه 7 تفریق شي 13 په لاس راځي؛ عدد کوم دی؟

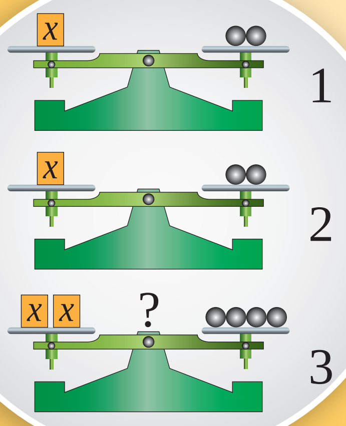
3- لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\quad x-6=2$

$b)\quad x+4=1$

$c)\quad 2+x=3$

په معادله کې د ضرب او وېش عمليې



1 او 2 دوه تلې دي د دواړو تلو په يوه، يوه پله کې دوې مساوي غونډارې او په پاتې نورو پلو کې يې يو نامعلوم وزن دی، چې تلې د تعادل په حالت کې ساتي. که چېرې د تلو د لومړيو دوو پلو غونډارې په يوه درېمه پله او نامعلوم وزن په بله درېمه پله کې واچوو، د لاندې پوښتنې ځواب پيدا کړئ:

ايا درېمه تله به د تعادل په حالت کې وي او که نه؟

فعاليت

درېمه تله په پام کې نيسو ليدل کېږي چې د تلې په يوې خوا کې دوه مجهول وزنونه او په بله خوا کې يې 4 دانې مساوي غونډارې دي، خو بيا هم تله د تعادل په حالت کې ده. که چېرې مجهول وزنونو ته x ووايو. د لاندې پوښتنو د حل لپاره فکر وکړئ:

- د درېمې ګڼې تلې د تعادل لپاره د رياضي افاده يا په بل عبارت الجبري بيان کوم دی؟
- که چېرې اوس غونډارې او وزنونه نيمايي کړو يوه برخه يې بيا د لومړې تلې په پلو کې او بله برخه يې د همدې درېمې تلې په پلو کې پاتې اوکښېږدو. ايا بيا به هم په دې حالت کې لومړۍ او درېمه تله د تعادل ولري؟
- د غونډارو او وزنونو نيمايي کول د رياضي له نظره څه معنا لري؟
- ايا دا فعاليت له دوو څخه زيات تلو لپاره هم سرته رسولای شو؟

کولی شو د پورته فعاليت څخه لاندې پايله بيان کړو:

که چيرې د تلې د دواړو خواو وزنونه په دوو يا زياتو مساوي برخو وويشو او يا له تلې د دواړه خواو څخه نيمايي وزنونه واخلو بيا هم تعادل پاتې کيږي، ځکه د تلې د دواړو خواو وزنونه يو له بل سره مساوي دي.د رياضي له نظره که چېرې د يوه مساوات دواړه خواوې په يوه عدد کې ضرب او يا دواړه خواوې پرته له صفر څخه په يوه عدد ووېشو بيا هم دمساوات دواړه خواوې يو له بل سره مساوي پاتې کيږي.

په بل عبارت که چېرې $a = b$ وي نو د c هر حقيقي عدد لپاره ليکلی شو، $ac = bc$ دی.

او د هر حقيقي عدد لپاره چې c د صفر خلاف وي، $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ دی.

مثال: د $3x = 6$ مساوات په پام کې ونیسئ او حل یې پیدا کړئ:

د پورته مساوات دواړه خواوي په 3 وېشو:

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 2$$

ازموینه: که چېرې $x = 2$ سره په راکړل شوي معادله کې کښېږدو نو لرو:

$$3 \times x = 6$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$6 = 6$$

لیدل کیږي چې $x = 2$ د معادلې حل دی.

تمرین

لاندې معادلې حل کړئ؟

1) $4x = 2$
2) $x \div 5 = 12$
3) $3x = -6$
4) $\frac{-2}{x} = -4$
5) $\frac{x}{2} = 4$
6) $\frac{4}{x} = -2$
7) $x \div \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$

لومړی درجه یو مجهوله عمومي معادله

$$4x + 8 = 0$$

$$4x = -8$$

$$x = ?$$

ښوونکي له زده کوونکو څخه وپوښتل:
که چېرې د یوه عدد له څلور برابر(څلور چنده) سره 8 جمع شي له صفر سره مساوي کيږي. عدد کوم دی؟

فعالیت

آیا د ښوونکي د پورته پوښتنې دحل لپاره د سم ځواب ګومان کولای شي یا ځواب لری؟

- که چېرې غوښتل شوي عدد ته x ووایو، ایا کولای شی پورتنی پوښتنه د ریاضي په یوې افادې کې ولیکئ؟
- د هغه دحل د پیدا کولو یا د حل د طریقې لپاره څه ډول سوچ کوی؟
- که چېرې د یوه عدد له 3 چنده څخه 9 تفریق شئ نتیجه یې له صفر سره مساوي ده، ددې پوښتنې د ریاضي افاده ولیکئ؟
- د دې معادلې د حل لپاره د څه ډول طریقې څخه کار اخلی؟
- که چېرې د یوه عدد په a چند باندې د b عدد ورزیات شي، نتیجه یې له صفر سره مساوي وي عدد څو دی؟ (a او b حقیقي عددونه او a خلاف د صفر دی.)

د پورته فعالیت د سرته رسولو سره لاندې پایله په لاس راځي:

پورته عملیو کې نامعلوم مقدار په x سره ښودل کیږي، کولای شو د هغه لپاره یو تساوي د x له مخې په لاس راوړو.
تساوي ته معادله او نا معلوم مقدار ته د معادلې مجهول ویل کیږي او هغه طریقې چې د مجهول د پیدا کولو لپاره په کاروړل کیږي د معادلې حل بلل کیږي.
د معادلې عمومي شکل له $ax + b = 0$ څخه عبارت دی چې په دې معادله کې، a او b حقیقي عددونه ا و a خلاف د صفر دی پورتنی شکل د معادلې د معیاري یا ستندرد حالت بلل کیږي.
د معادلې حل د ساده الجبري عملیو د سرته رسولو په واسطه ګام په ګام په لاندې توګه په لاس راوړو.
- د معادلې دواړو خواوې سره د مساوي مقدار جمع یا تفریق.

- د معادلې دواړه خوا وې په مساوي مقدارکې ضرب یا وېشل (پرته له صفره).

د پورته عملیو او محاسبې په سرته رسولو سره داسې ځای ته رسېږو چې د معادلې مجهول د مساوات یوې خوا ته او معلوم مقدار یې بلې خوا ته پاتې کېږي په دې ډول د معادلې حل په لاس راځي.

لومړی مثال: د $3x-4=5$ معادله حل کړئ.

حل: لومړی 4 د معادلې له دواړه خواو سره جمع کوو:

$$3x-4+4=5+4 \Rightarrow 3x=9$$

اوس د معادلې دواړه خواوې په 3 وېشو:

$$\frac{3x}{3}=\frac{9}{3} \Rightarrow x=3$$

دویم مثال: د $2(3x+4)=-1-3x$ معادله حل کړئ.

$$2(3x+4)=-1-3x$$

$$6x+8=-1-3x$$

له دواړو خواو سره 3x جمع کوو

$$6x+3x+8=-1-3x+3x$$

$$9x+8=-1$$

له دواړو خواو څخه 8 تفریقوو

$$9x+8-8=-1-8$$

$$9x=-9$$

دواړه خواوې په 9 وېشو

$$\frac{9x}{9}=-\frac{9}{9}=-1$$

$$x=-1$$

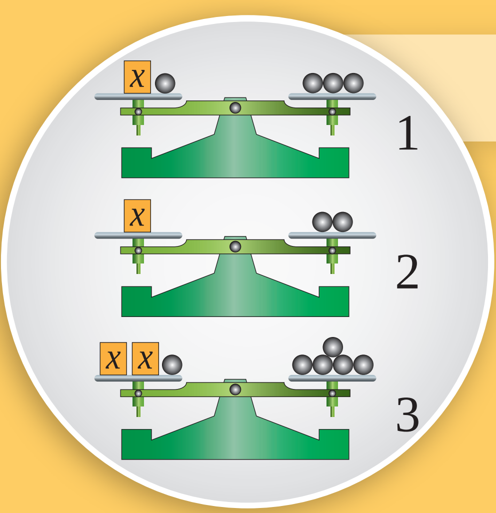
تمرين

1- د $x=-1$ د معادلې حل، چې له پورته دویم مثال څخه په لاس راغلی دی په اصلي معادله کې وازمویئ.

2- د $2(2x+3)=2x-2$ معادلې حل په لاس راوړئ؟

3- د $\frac{3}{2}(4x-2)=5x+2$ معادله حل کړئ.

معادلي معادلې



په 1، 2، او 3 ګڼو تلو کې څه شی وینئ؟
درې واړه تلې د تعادل په حالت کې دي؟
د تعادل څه ډول نور حالتونه د مساوي او برابرو وزنونو د یو ځای کولو په واسطه، چې د دواړو خواو پلې د تعادل په حالت کې وساتل شي کار اخیستلای شي، سوچ وکړئ.

فعالیت

لاندې جمله په پام کې ونیسئ.
که چېرې د یوه عدد له دوه برابره (دو چنده) څخه 4 تفریق شي 8 په لاس راځي، عدد کوم دی؟
که چېرې مجهول ته x ووایو په دې صورت کې کولای شو پورتنی بیان د معادلې په شکل په لاندې ډول ولیکو:

$$2x-4=8$$

- د پورته معادلې په پام کې نیولو سره لاندې فعالیت د جدول د تش ځایونو په ډکولو سره، سرته ورسوی:

حل	لاس ته راغلې معادله	د معادلې په دواړو خواو باندې عملیې	ګڼه
	$2x-4=8$	معادله راکړل شوې ده	1
		د (1) ګڼې معادلې له دواړه خواو سره x جمع کوو	2
		د (1) ګڼې معادلې دواړه خواوې په 2 کې ضربوو	3
		د (1) ګڼې معادلې دواړه خواوې په 2 وېشو	4
	$x-6=0$	1 ګڼه معادله په معیاري ډول لیکو	5

- دا هر یوه معادله د الجبري ساده عملیو په واسطه په لاندې ډول په لاس راوړئ.

- له (1) ګڼې معادلې څخه ← 2 ګڼه معادله ← 3 ګڼه معادله ← 4 ګڼه معادله ← 5 ګڼه معادله

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

پایله:

هغه معادلې چې مساوي حل لري معادل، معادلې بلل کیږي. په یوه معادله باندې د الجبري ساده عملیو په سرته رسولو یو له بل سره معادل معادلې منځ ته راځي. د معادلې د حل لپاره کوښښ کیږي چې یو له بل سره د معادل، معادلو طریقې په کارولو معادله په لاس راشي. د معادلې د مجهول د حل پیداکولو لپاره باید ساده شکل ولري.

مثال: د $2x-4=0$ معادله حل کړئ؟

$$2x-4=0$$

له دواړو خواو سره 4 جمع کوو:

$$2x-4+4=0+4$$
$$2x=4$$

دواړه خواوې په 2 وېشو:

$$\frac{2x}{2}=\frac{4}{2} \qquad x=2$$

ازموینه: پیدا شوی حل په راکړل شوې معادله کې ږدو لرو چې:

$$2\times 2-4=0$$
$$4-4=0$$
$$0=0$$

څرنگه چې د $0=0$ عددي مساوات شتوالی لري، له دې امله $x=2$ د معادلې حل دی.

د معادلې پیدا شوی قیمت د $2x=4$ په معادله کې ږدو لیدل کیږي $2\times 2=4$ نو د $2x=4$ او $0=2x-4$ معادلې، معادل (منطبق) معادلې دي.

تمرین

1- د لاندې معادلو حل پیدا او وازمویئ؟

1) $\frac{(a-2)}{3}=3$

2) $2(2x-1)=4$

3) $\frac{2}{5}+x=1$

4) $16-3t=0$

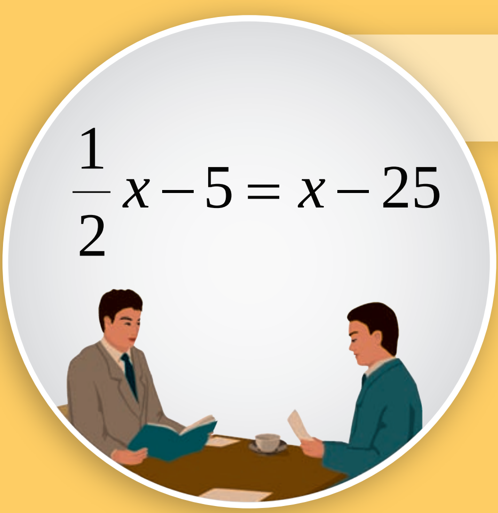
5) $3-4y=2-6y$

2- لاندې کومې معادلې یو د بل معادل دي؟

a) $\begin{cases} x+1=\frac{x}{2}+2 \\ \frac{x}{2}+1=x+2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x-4=8 \\ 2x-2=4 \end{cases}$

د معادلو تشکیلول (جوړښت)



عثمان: فرهاده ته څو کلن يې؟

فرهاد: که چېرې زما د پلار له نیمايي عمر څخه 5 کم شي زما له عمر سره مساوي کیږي. هغه وخت چې زه پیدا شوم زما پلار 25 کلن وو.

عثمان: پوه شوم، چې ستا پلار 40 کاله او ته 15 کاله عمر لرې.

ايا کولای شی ووایاست عثمان څرنګه پوه شو چې فرهاد 15 کلن دی؟

فعالیت

ورځینی حسابي پوښتنه په الجبري افادې باندې بدلوو. هڅه کوو چې د فعالیت په پای کې د معادلې د جوړښت او حل طریقه پیدا کړو.

- که چېرې د یوه عدد له دوه برابره سره د 4 عدد جمع شي له 16 سره مساوي کیږي، عدد کوم دی؟
- آیا پر پوښتنې باندې پوه شواست؟ څرنګه کولای شئ هغه په یوه معادله باندې واړوئ.
- په معادلې باندې له بدلولو وروسته د هغه حل په لاس راوړئ؟
- آیا په رښتیا سره ستاسو حل سم دی؟ ویې ازموئ.

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

د یوې معادلې د جوړښت او حل د پیداکولو لپاره د پورته فعالیت په پام کې نیولو سره لازمه ده چې لاندې ګامونه په پام کې ونیول شي:

- درک او پوهیدل.
- د مجهول ټاکل او د نوم ایښودل.
- له بیانیې سره سم په ډیر غور د یوې معادلې جوړښت.
- د پوښتنې حل، یا د مجهول د قیمت پیداکول.
- د پوښتنې ازمویل د پیدا شوي حل په واسطه.

مثال: که چېرې د رشاد د پیسو په دوه برابر 20 افغانۍ ورزیاتې شي نو د خوشحال له پېسو سره مساوي کیږي او که چېرې خوشحال 60 افغانۍ ولري د رشاد د پېسو اندازه څو ده؟

$$2x+20=60$$

حل: د معادلې د جوړښت او حل پیدا کولو لپاره په لاندې توګه ګام په ګام پوښتنه حل کوو:

- د پوښتنې پوهیدل او د هغې لوستل په ډېر غور سره.
- د مجهول ټاکل، د رشاد د پېسو اندازه ده چې په x سره ښیو.
- د معادلې جوړښت: د رشاد د پیسو په دوه برابر (2x) باندې 20 ورزیاتې شي (2x+20) د خوشحال د پېسو سره مساوي کیږي. 2x+20=60
- د معادلې حل

$$2x+20=60$$

له دواړو خواو 20 تفریق کوو: $2x=60-20=40$

دواړه خواوې په 2 وېشو : $2x=40$

$$\frac{2x}{2}=\frac{40}{2}$$

د رشاد د پېسو اندازه: $x=20$

ازموینه: که چېرې د رشاد د پېسو په دوه برابر باندې 20 افغانۍ ورزیاتې کړو نو د خوشحال له پېسو سره مساوي یعنې 60 کیږي. چې دا پوښتنه هم سمه ده:

$$2\times20+20=60$$

$$40+20=60$$

$$60=60$$

څرنګه چې د $60=60$ مساوات شته، له دې امله پیدا شوی حل یا قیمت سم دی.

تمرین

1- که چېرې د یوه عدد له درې برابر څخه 5 تفریق شي. د 4 سره مساوي کیږي، عدد کوم دی؟

2- د زرغونې او ملالۍ د عمرونو د جمعې حاصل د 30 سره مساوي کیږي، که چېرې زرغونه د ملالۍ څخه 2 کاله لویه وي، ملالۍ څو کلنه ده؟

د اتم فصل مهم ټکي

• معادله

معادله یو الجبري مساوات دی چې مجهول په کې د جمعې، تفریق، وېش او ضرب عملیو په واسطه یو له بل سره تړل شوي وي، معادله بلل کیږي. د معادلې په دواړو خواو باندې د حسابي عملیو په کارولو سره د معادلې مجهول په لاس راځي.

• الجبري عملیې او معادله

که چېرې د هرې معادلې له دواړو خواو سره یو عدد جمع، تفریق، یا دواړه خواوې (پرته له صفره) په یوه عدد کې ضرب او پرې ووېشل شي په معادله کې کوم بدلون نه راځي.

• لومړۍ درجه یو مجهوله معادله

د $ax+b=0$، $a\neq 0$، معادله په داسې حال کې چې a خلاف د صفر، x مجهول (a او b حقیقي عددونه دي) د لومړۍ درجې یو مجهوله معادله بلل کیږي.

پورتنی معادله د یو مجهوله خطي معادلې په نامه هم یادیږي او هره خطي معادله یوازې د $x=-\frac{b}{a}$ ، $a\neq 0$ حل لري.

• معادلې معادلې

هغه معادلې چې ورته او برابر یعنې مساوي ځواب ولري، معادل معادلې بلل کیږي په یوې معادلې باندې د عملیو سرته رسول اود یوې ساده معادلې لاس ته راوړلو په صورت کې معادلې معادلې منځ ته راځي چې دواړه یو ډول یعنې مساوي حل لري.

د یوې معادلې د حل پیدا کولو لپاره هڅه کیږي چې د معادل، معادلو پیدا کولو طریقې په کارولو سره چې لومړۍ د راکړل شوی معادلې ساده شکل چې د معادلې حل آسانوي د الجبري عملیو په واسطه بدلون ورکوي.

• د یو مجهوله خطي معادلې جوړښت

که چېرې وکولای شو ورځینی حسابي پوښتنې د یوې الجبري معادلې په ډول ترتیب کړو تر څو د هغې له مخې د معادلې حل پیدا کړو دا پراوونه د یو مجهوله خطي معادلې جوړښت ده چې د هغې حل موږ ته راکوي. دا مسئله د عبارتي پوښتنو د معادلو د جوړښت په نامه یادیږي.

عمومي پوښتنې

د لاندې هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړل شوي دي له هر سم ځواب څخه کرښه تاو کړئ.

1- ددې معادلې $10 + x = 18$ حل عبارت دی له:

a) -8 b) 8

c) 2 (d 4

2- ددې معادلې $12x + 2(5x + 22) = 0$ حل عبارت دی له:

a) 0 b) 1

c) 2 d) -2

3- د یوې معادلې حل پړاونه عبارت دی له:

a) درک او پوهېدل

b) د مجهول ټاکل او د نوم اېښودل

c) د پوښتنې حل، یا د مجهول د قیمت پیدا کول

d) ټول صحیح دی

4- د دې معادلې $3x - 6 = 3$ معادل عبارت دی له:

(a $3x - 2 = 1$

(b $x - 2 = 3$

(c $x - 2 = 1$

(d هیڅ یو

لاندې تش ځایونه په مناسب کلمو سره ډک کړئ.

1- یوه الجبري مساوات چې د ځینو .... مجهولونو سره چې سمون وکړي.............. یادیږي.

2- هغه معادلې چې .... لرونکي وي د .... په نامه یادیږي.

3- هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیداکوو د.......... بلل کیږي.

له لاندي جملو څخه کومه یوه سمه او کومه یو غلطه ده؟ د سمې مخې ته د (ص) توري او د غلطې مخې ته د (غ) توري ولیکئ.

1 (   ) که چېرې د یوه تله د تعادل په حالت کې وي او له دواړو خواوو څخه عیني مقدار یا اندازه کمه شي او یا په دواړه پلو کې مساوي مقدارونه یا اندازې ور زیاتې شي، بیا هم تعادل پاتې کېږي.

2 (   ) هغه معادلې چې د حل لرونکي وي د غیر تساوي معادلاتو په نامه یادیږي.

3 (   ) یوه الجبري مساوات چې د ځینو مجهولو قیمتونو کې صدق وکړي د معادلې په نامه یادیږي.

4 (   ) د معادلې دواوو خواوې په مساوي مقدار کې ضرب یا غیر له صفره وویشو په کې کوم توپیر نه پیدا کیږي.

لاندي سوالونه حل کړئ:

1- لاندې معادلې حل کړئ:

$a)\ t+5=2$

$b)\ x-9=-5$

$c)\ x+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$d)\ x-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

2- د لاندې هرې یوې معادلې حل غوښتل شوی دی:

$a)\ 6y=2$

$b)\ -3x=-4$

$c)\ \frac{x}{2}+1=2$

$d)\ \frac{3}{t}+1=2$

$e)\ 3(2y-1)=x$

$f)\ \frac{1}{2}(4x-1)=\frac{3}{2}$

3- که چېرې د یوه عدد له 5 برابر څخه 2 تفریق شي له 3 سره مساوي کیږي، عدد کوم دی؟

4- که چېرې د یوه عدد په نیمایي باندې 4 ورزیات کړو له 8 سره مساوي کیږي، عدد کوم دی؟

5- د یوه متساوي الساقین مثلث ارتفاع مساوي له 6 واحده سره ده. د مثلث د قاعدې اوږدوالی پیدا کړئ، که چېرې د مثلث مساحت 9 واحد مربع وي؟

6- احمد 100 افغانۍ درلودې 6 دانې کتابچې یې راونیولې چې بیا هم د هغه سره 25 افغانۍ پاتې دي معلوم کړئ چې احمد هره کتابچه په څو افغانیو رانیولې ده.

7- د دوو عددونو مجموعه 30 دي که چېرې یو له هغو څخه 20 وي دویم عدد څو دی؟

8- د درې عدد له کوم عدد سره ضرب شي تر څو د ضرب حاصل مساوي له a سره شي؟

9- که چېرې د دوو عددونو تر منځ توپير 11 وي او کوچنی عدد x وي، لوی عدد به یې څو وي؟

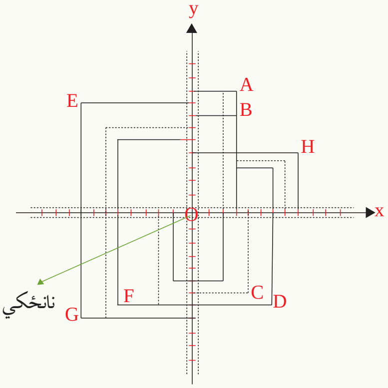
نهم فصل

رابطه او تابع

ټکي په مستوي کې:

آسمان له ستورو ډک دی.
د میاشتي څلورو خواو ته، یعني شمال، سویل، ختیځ او لویدیز ته د ستورو ځایونه څنګه ټاکلی شئ؟

فعالیت



مخامخ شکل په پام کې ونیسئ، د O له ټکي څخه داسي خطونه رسم شوي دي چې د O په ټکي کې یو پربل عمود دي او هغوی د پورته، کښته، ښي او کیڼ لورو ته په مساوي واحدونو سره په نښه شوي دي. کوښښ وکړئ هغه ټکي چې په دي مخ کې درکړ شوي د نانځکي لوري د هغو خواته کړئ او لاندي فعالیت سرته ورسوئ:

- نانځکي ته د O له ټکي څخه د B خوا ته لوري ورکړئ.
- آیا کولی شئ له O څخه د B لوري ته بله لنډه فاصله پیداکړئ؟
- پورتنی فاصلي یو له بله څه توپیر لري؟
- دF ټکي ته د رسیدلو لپاره فاصله داسي وټاکي چي نانځکه یوازې، یو واري کیڼې خواته د لوري بدلون ولري.
- د F ټکي ته د رسیدلو لپاره فاصله وټاکئ چي نانځکه یوازې یو واري ښي خواته د لوري بدلون ولري.
- پورتنی فاصلي د کومو عددونو له مخي ټاکلی شو؟
- مونږ د ښي او کیڼو فاصلو په ځای له افقي محور څخه چي د O ټکي په صفر باندي منطبق او

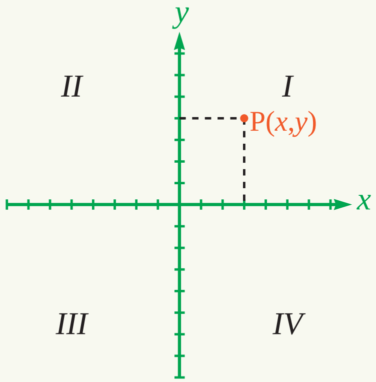
پروت دی. د پورته او کښته فاصلو لپاره له عمودي محور څخه لکه په شکل کې د O ټکی په صفر باندې منطبق او پروت دی، کار واخلئ او نانځکه د C ، D ، G او H د ټکو خواته د متقاطع محورونو په پام کې نیولو سره لوري او ونښلوئ هغه جوړه عددونه چې د هر ټکي لپاره یې په لاس راوړئ، د هغو په واسطه لاندې جدول بشپړ کړئ.

ټکي	A	B	C	D	E	F	G	H
د افقي محور په مخ	3					–5		
د عمودي محور په مخ				–7				6

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

په پورته فعالیت کې مو ولیدل چې موږ نشو کولای د یوه مخ یا مستوي اختیاري ټکی یوازي د هغو عددي محورونو په مخ باندې وټاکو، چې موږ یې پیژنو. له دې امله یو بل عمودي محور ته اړتیا ده چې د هغه تعریف د لاندې سیستم په توګه چې دوه قایم محورونه دي وپیژنو.

تعریف



دوه محوره د XX' او YY' چې دOپه ټکي کې یو پر بل باندې عمود دي، د قایم مختصاتو سیستم بلل کیږي.

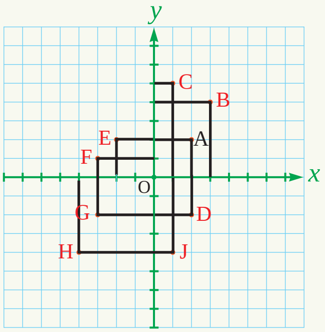
XX' د فاصلې د محور په نامه او YY' د ترتیب د محور په نامه یادیږي چې د (x,y) هره ترتیب شوي جوړه د قایم مختصات په سیستم کې د P یو ټکی ټاکي په داسې حال کې چې د XX' محور پر مخ باندې د ټکي فاصله یعني x او د YY' محور پر مخ باندې د ټکي ترتیب یعني y ټاکي.

د مختصات د سیستم محورونه مستوي په څلورو برخو د I، II، III او VI باندې ویشي.

یادونه: غور وکړئ د $P(x,y)$ او $P'(x',y')$ ټکي یو له بله توپیر لري لکه د $A(3,1)$ او $A'(1,3)$ ټکي چې په مستوي کې دوه بیل ځایونه دي.

د $A(3,1)$ ټکي یعني 3 واحده ښي او یو واحد پورته خواته، خو د $A'(1,3)$ ټکي یعنی 1 واحد ښي خواته او 3 واحده پورته خواته ښيي.

مثال: د لاندي ټکو فاصله او ترتیب چې د قایم مختصات په سیستم کې درکړل شوي دي د مرتبو جوړو په توګه په تشریحي ډول په یوه جدول کې ولیکئ:



حل: د قایم مختصات په سیستم کې د مرتبو جوړو په توګه د ټکو مختصات عبارت دي له:

A (1,2)	B (3,4)	C (1,5)
D (+1,−2)	E (−2,+2)	F (−3,1)
G (−3,−2)	H (−4,−4)	J (1,−4)

په لاندي ډول د جدول په توګه د پاسینو ټکو په ښودنه په لاس راوړو:

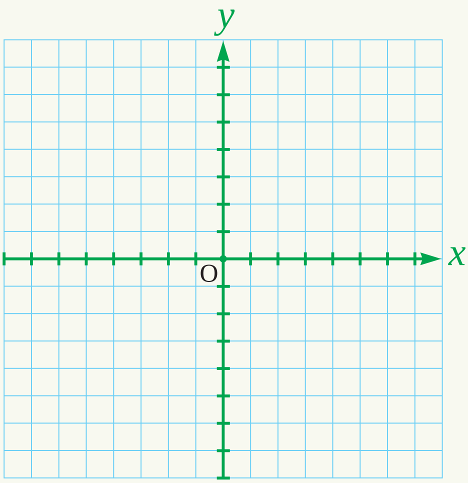
ټکي	A	B	C	D	E	F	G	H	J
x	1	3	1	1	−2	−3	−3	−4	1
y	2	4	5	−2	2	1	−2	−4	−4

تمرین

1- د لاندي مرتبو جوړو جدولي ښوونه ولیکئ:

A(5,5) , B(0,3) , C(−1,1) , D(2,−1)

2- هغه ټکي چې د مرتبو جوړو مختصات يې $A(1,-1)$, $B(-3,1)$, $C(-1,-2)$
, $D(-5,-3)$ او $E(1,4)$ دي ځايونه يې د قايم مختصات په سيستم کې وټاکئ.



2- لاندې ټکي د قايم مختصات په سيستم کې وټاکئ:

a) $A(4,5)$

b) $B(-2,-4.5)$

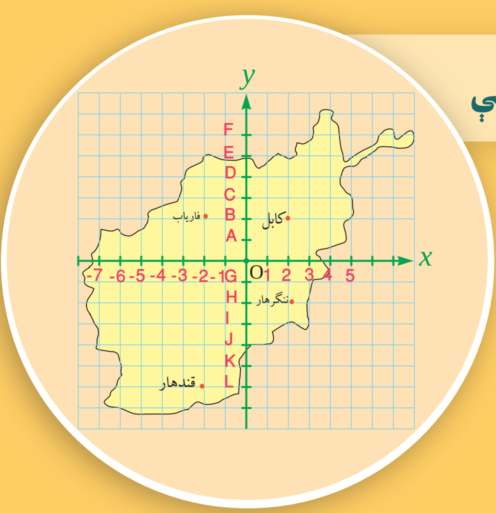
c) $G(0.5,4)$

d) $E(-7,0)$

e) $F(0,4.5)$

f) $K(0,0)$

د یوه ټکي مختصات په مستوي کې



د افغانستان څلور ولايتونه وټاکئ وواياست چې د کوم توري او کوم عدد په تقاطع کې واقع دي؟

ايا د هر توري او عدد تقاطع د افغانستان يوه نقطه يا يو ځای ښيي؟

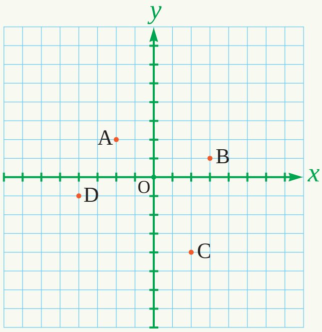
فعالیت

د قايم مختصات سیستم رسم کړئ.

- محورونه د يو سانتي متر په واحدو سره وويشئ او هرواحد د ملي متر په توگه په نښه کړئ.
- 4 اختياري نقطې د مختصات په سيستم کې په خپل خوښه په څلور ناحيو کې په نښه کړئ. هغه وکړئ د عمودي او افقي خطونو له مخې د ´xx او ´yy محورونو په مخ باندې د هغو مختصات وټاکئ.
- آيا گومان کولی شئ چې د مستوي دوه بيل ټکي مساوي مرتبې جوړې لري؟
- آيا دا امکان شته چې دوه بيلې مرتبې جوړې په مستوي کې يو ځای يوه نقطه وښيي؟

د پورته فعالیت له سرته رسولو څخه لاندې پايله په لاس راځي:

د قايم مختصات په مستوي کې د P د هر ټکي لپاره يوازې د P (x, y) يوه مرتبه جوړه او برعکس د (x, y) هرې مرتبې جوړې لپاره يوازې او يوازې د قايم مختصات په مستوي کې د P يو ټکی وجود لري.



يادونه: د x محور په مخ باندې $y=0$ دی، لکه (5,0) او همدارنگه د y محور په مخ باندې $x=0$ دی، لکه (0,2).

مثال: د قايم مختصات يو سيستم په پام کې ونيسئ.

a) د هغو ټکو مختصات چې د مختصات په سيستم کې په نښه شوي دي د مرتب جوړو په ډول يې په جدول کې وليکئ.

b) د $A(1,2)$ ، $B(-3,4)$ ، $C(-2,-4)$ ، $D(2,-2)$ او $E(4,5)$ مرتبې جوړې د قایم مختصات په سیستم کې وټاکئ او یو له بل سره یې ونښلوی.

حل:

a)

$A(-2,2)$

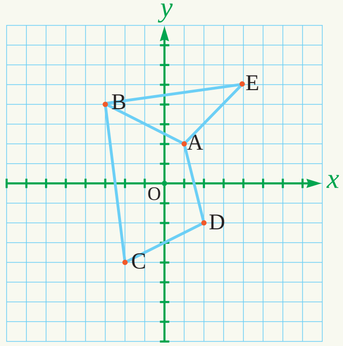
$B(3,1)$

$C(2,-4)$

$D(-4,-1)$

ټکی	A	B	C	D
x	-2	3	2	-4
y	2	1	-4	-1

b)



تمرین

1- د ټکو مختصات په لاندې ډول د مرتبو جوړو په توګه درکړ شوي دي، د قایم مختصات په سیستم کې یې وټاکې او ټکي په ترتیب یو له بل سره ونښلوی:

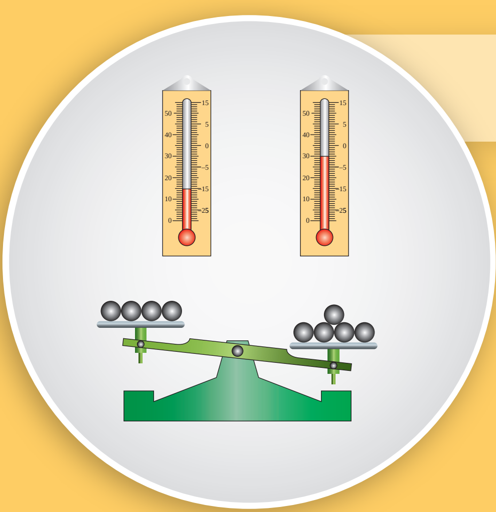
$P_1(1,1)$ ، $P_2(2,-3)$ ، $P_3(3,1)$ ، $P_4(4,-3)$ ، $P_5(6,-2)$ و $P_6(-4,-5)$

2- د لاندې ټکو مختصات پیدا کړئ:

a) د XX' پر محور باندې یو ټکي چې د مبدا څخه ښي لوري ته د 6 واحدو په اندازه فاصله ولري.

b) د YY' پر محور باندې یو ټکي چې له مبدا څخه وکښته لوري ته 5 واحده فاصله ولري.

مجهول او متحول



- د تلي تعادل په کوم وزن سره منځ ته راتلی شي؟
- ایا یوازې یو وزن دی چې تله د تعادل په حالت کې راولای شي؟
- په یو ه شپه او ورځ کې د تودوخې درجه ثابته ده که متحوله ده؟

فعالیت

لاندې مساوات، چې دوه تش ځایونه لري، په پام کې ونیسئ.

تش ځایونه یو پر بل پسې داسې ډک کړئ چې لومړی د مساوات لومړی تش ځای او بیا دویم تش ځای ډک شي.

دویم تش ځای　لومړی تش ځای

$$2 \times \square + \square = 9$$

- که چېرې په لومړی تش ځای کې د، 1 عدد ولیکل شي، د دویم تش ځای عدد به څو وي؟
- که چېرې په دویم تش ځای کې د، 2 عدد ولیکل شي د دویم تش ځای عدد پیدا کړئ.
- ایا کولی شو په لومړی تش ځای کې هر عدد ولیکو؟
- ایا د لومړی تش ځای د بدلیدونکو قیمتونو (متحول) په وړاندې او د تېرو معلوماتو نه په ګټه د دویم تش ځای د عدد نوم واخلئ؟

د پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راورو:

- د لومړي تش ځای د عدد د ټاکلو لپاره مونږ دا امکان درلود چې د خپلې خوښې عدد وټاکو او د هغه لپاره اړیو چې د معادلې د مجهول د حل له مخې د دویم تش ځای قیمت په لاس راورو.
- که چېرې په یوه مساوات کې د الجبري افادې یو توري ته د مختلفو قیمتونو د ورکولو امکان موجود وي، نوموړي توري د متحول په نامه یادیږي.
- په عمومي توګه که چېرې متحول د اختیاري بدلوونکو وړ نه وي مجهول بلل کیږي.

مثال: د $2x - y = 1$ په مساوات کې د x د متحول د قیمتونو له مخې په لاندې جدول کې د y مجهول قیمت په لاس راځي:

د مثال په توګه: د $x = -3$ لپاره د $y = 2 \times (-3) - 1 = -7$ کیږي.

د x متحول قیمتونه	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
د y مجهول قیمتونه	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	0	-2

تمرین

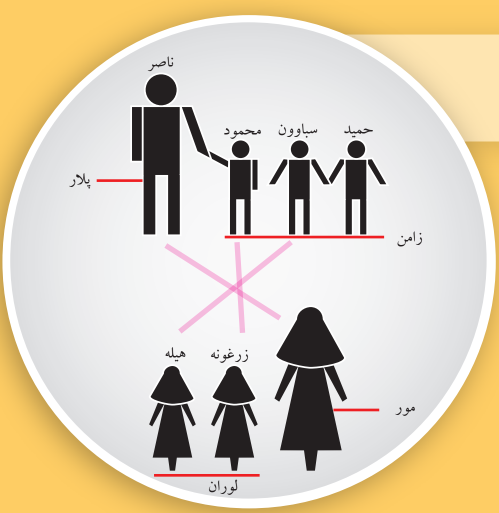
1− یو متحول او یو مجهول یو له بل سره څه توپیر لري؟ په مثال کې څرګند کړئ.

2- د هغو ټکو مرتبې جوړې چې د پورته مثال په جدول کې په لاس راغلي دي د مختصاتو په سیستم کې یې وټاکئ، نوموړي ټکي یو له بل سره ونښلوئ.

3- د $2x - y = 7$ په مساوات کې د x متحول لپاره ځینې قیمتونه درکړل شوي دي، په نوموړي مساوات کې د x قیمتونو په اېښودلو سره د y مجهول قیمت په لاس راوړئ:

x	-3	-2	-1	1	2
y					

رابطه



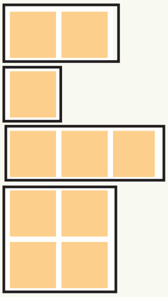
څوک له چا سره څه ډول اړيکه يا رابطه لري؟

فعاليت

پورته شکل په پام کې ونيسئ، هغه اړيکې چې د يوې کورنۍ د غړو ترمنځ شته دي د هغو له مخې لاندې پوښتنو ته ځواب ورکړئ:

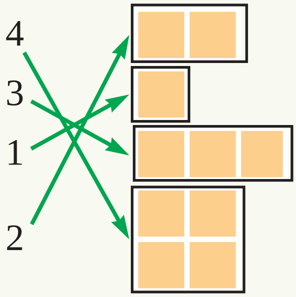
- راحله د ناصر ميرمن ده، حميد له ناصر سره څه اړيکې لري؟
- محمود د ناصر زوی دی، راحله او حميد څه رابطه لري؟
- هيله د سباوون خور ده، ايا سباوون د هيلې ورور دی؟
- زرغونه د هيلې خور او زرغونه د محمود خور هم ده نو هيله د محمود سره څه اړيکې لري؟
- د کورنۍ د غړو د اړيکو لپاره ځو نور مثالونه چې د کورنۍ خپلوی وښيې، ووایاست.

کولای شو د پورته فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راوړو؟



که چېرې د دوو شيانو، جسمونو او يا دوه سيټونو د عناصرو ترمنځ د رياضي د عمليو په واسطه او يا د کومې تولنيزې اړيکې ترمنځ شتوالي ولري رابطه بلل کيږي.

لومړی مثال: د 1،2،3 او 4 عددونو او مخامخ مربعګانو د شمېر ترمنځ يوه رابطه پيدا کړئ:



دويم مثال: که چېرې نسرین 26 کلنه او انجیلا 16 کاله عمر ولري د 5 ، 10 او 15 کلونو وروسته به نسرین او انجیلا څو کاله عمر ولري؟

د انجیلا عمر	16	21	26	31
د نسرین عمر	26	31	36	41

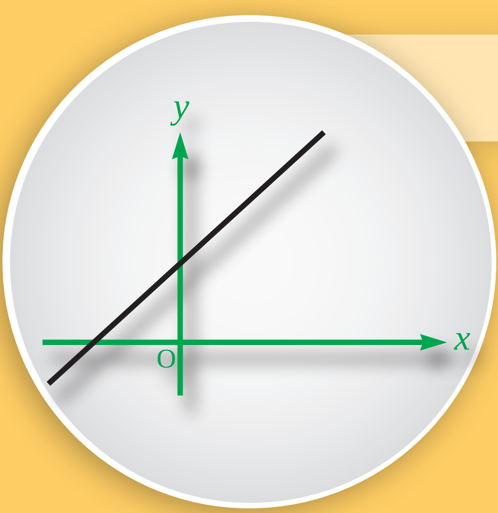
که چېرې د مختصات په سیستم کې د انجیلا د عمر ګراف نظر د نسرین عمر ته رسم کړو نو یو مستقیم خط دی، له دې امله د انجیلا او نسرین د عمرونو ترمنځ رابطه یا اړیکه یوه خطي رابطه ده.

تمرین

1- د خپلو ټولګیوالو یو سیټ، چې 5 عنصره او هم د مختلفو میوو یوسیټ، چې 5 عنصره ولري، جوړ کړئ د خپل هر ټولګیوال نوم د هغه دخوښې وړ میوې سره په جوړه ییز ډول په قوس کې ولیکئ.

2- د 6،5،4،3،2،1 او 8 عددونو په پام کې ونیسئ، د مساوي رابطې په واسطه هغه عددونه پیدا کړئ چې جذرالمربع یې مساوي له یو پورتني عدد سره وي لکه: $\sqrt{25} = 5$ دی.

خطي رابطه



که چېرې د یوې رابطې یا اړیکې ګراف مستقیم خط وي د x او y تر منځ رابطې یا اړیکې ته څه وایو؟

فعالیت

محمود 20 کلن و چې نجلا لور یې وزېږېدله.

- کوم وخت چې نجلا په 7 کلنۍ کې ښوونځي ته شامله شوه ویلی شئ چې محمود څو کلن وو؟
- کله چې نجلا 20 کلنه شي پلار به یې څو کلن وي؟
- د نجلا او پلار د عمرونو په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ:

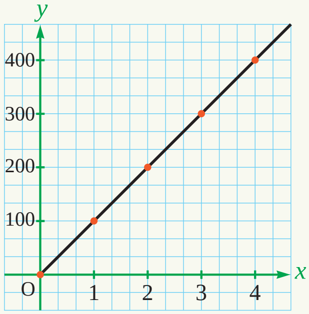
د نجلا عمر			7		15
د محمودعمر	20	23		29	

- د نجلا د عمر ګراف نظر د محمود عمر ته د قایم مختصات په سیستم کې رسم کړئ.
- که چېرې محمود 24 کلن وي، د ګراف له مخې یې پیدا کړئ چې نجلا څو کلنه ده؟
- د محمود او نجلا د عمرونو ترمنځ څه ډول رابطه یا اړیکه شته دی؟
- که چېرې د محمود عمر په y او د نجلا عمر په x سره وښیو، د محمود او نجلا د عمرونو ترمنځ رابطه یا اړیکه د یوې الجبري افادې په واسطه ولیکئ.

د پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

که چېرې د یوې رابطې یا اړیکې ګراف مستقیم خط وي، په دې صورت کې د متحولینو تر منځ رابطه خطي رابطه بلل کیږي.

لومړی مثال: که چیرې د کابل او هرات تر منځ واټن په منځني چټکتیا سره په یوه ساعت کې $100Km$ ووهو څه ډول رابطه ده؟

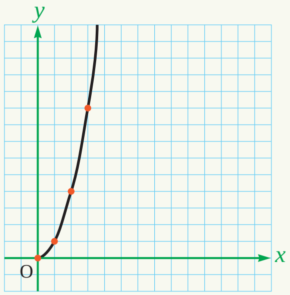


حل: لومړی د وهل شوي واټن رابطه نظر وخت ته په لاندې جدول کې لیکو:

وخت په ساعت	0	1	2	3	4
واټن په کیلومتر	0	100	200	300	400

که چیرې پورتنی مرتبې جوړې د وضعیه کمیاتو په سیستم کې په نښه او یو له بل سره ونښلوو، لیدل کیږي چې یو مستقیم خط منځ ته راځي. له دې امله د منځنی چټکتیا او وهل شوي واټن تر منځ رابطه یوه خطي رابطه ده.

دویم مثال: د یوې مربع د اضلاعو د اوږدوالي او مساحت ترمنځ رابطه په پام کې ونیسئ، ددې لپاره که چیرې د مربع ضلعه په a او مساحت یې په a^2 سره وښیو، د a مختلفو قیمتونو لپاره د مساحت مختلف قیمتونه په لاس راوړو چې په لاندې جدول کې لیکل شوي دي.



a د مربع ضلعه	1	2	3	4	5
a^2 د مربع مساحت	1	4	9	16	25

پورتنی ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ. آیا ګراف یې یو مستقیم خط دی؟آیا دا یوه خطي رابطه ده؟نه: دا ډول رابطې چې a یعني د ضلعې اوږدوالی او a^2 یعني د مربع مساحت خطي نه دي چې د غیر خطي رابطې په نامه یادیږي.

تمرین

1- د یوه فنر اوږدوالی چې وزن ورباندې ځوړند دی، 10cm دی، که چیرې m کیلوګرامه وزن ورباندې ځوړند کړو د فنر اوږدوالی د $L = 10 + 0.5 \times m$ رابطې په واسطه په لاس راځي.

a) د 4 کیلوګرامه وزن لپاره د فنر اوږدوالی څومره دی؟

b) په فنر باندې څومره وزن ځوړند شي چې د فنر اوږدوالی 15 سانتي مترو ته ورسیږي؟

2- د یوه نوي زیږیدلي مار اوږدوالی 30 سانتي‌متره دی. که چیرې هر کال په منځنی توګه د نوی زیږیدلي اوږدوالی 22 سانتي‌متره زیاته شي نو په څومره وخت کې به د نوموړي مار اوږدوالی 96 سانتي متره شي؟

د خطي رابطو جوړښت

د 100 پوکنیو پلورل به څومره ګټه ولري؟

فعالیت

ددې لپاره چې احمد د خپل قلم او کاغذ پېسې پیدا کړي د خپلې مور په سلا سره تصمیم نیسي چې په ښار له غرمې وروسته کې هوايي پوکڼۍ وپلوري که چېرې احمد د 100 دانو پوکنیو د رانیولو لپاره 260 افغانۍ ورکړي او برسیره پر هغه 20 افغانۍ د ډوډۍ خوړلو او 20 افغانۍ د ترانسپورت کرایه ورکړي په دې صورت کې تصمیم نیسي چې هره پوکڼۍ په 6 افغانیو وپلوري.

د پوښتنې د ارزونې لپاره دا موضوع د ریاضي له ښوونکې سره ګډه او ښوونکې هغه ته مشوره ورکوي تر څو د پوکنیو د شمېر معادلې نظر ټول مصرف او ګټې ته د پلورلو له مخې جوړ او د دواړو حالتو ګرافونه یو له بل سره پرتله کړي. د ګراف د تحلیل او پوښتنې په ارزونه کې د څوابونو د فعالیت په بشپړ ولو کې له احمد سره مرسته وکړئ.

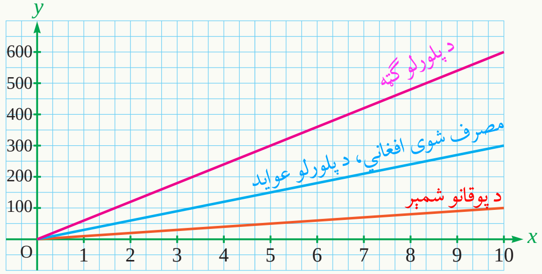
- د څو دانو پوکنیو له پلورلو وروسته د پلورلو عواید له ټول لګښت سره مساوي کیږي؟
- د ټول مصرف جدول چې د 100 دانو پوکنیو لپاره چې ټولې چې 300 افغانۍ لګېدلې دي بشپړ کړئ:

د پوکنیو شمېر	0	10		30	40		60	70			100
لګیدلی افغانۍ	0	30	60			150			240	270	

- که چېرې x د پوکنیو شمېر او y د لګښت اندازه وي د پوکنیو د لګښت الجبري رابطه په لاس راوړئ او ګراف یې د قایم مختصات په سیستم کې رسم کړئ.

لکه د ټول لګښت جدول د پلورلو لاندې جدول د پوکنیو د پلورلو عوایدو له مخې بشپړ کړئ.

د پوکنیو شمېر	0	10			40			70		90	100
لګېدلې افغانۍ	0		60			150			240		
د پلورلو عواید	0	60		180			360				
د پلورلو ګټه	0		60								



• د ګرافونو د تقاطع په ټکي کې ګټه او لګښت یو له بل سره څه ډول رابطه یا اړیکه لري؟

•څو داني پوکنۍ وپلورل شي تر څو د پلورلو او لګښت اندازه سره برابره شي؟ دا غوښتنه د ګراف له مخې څه معنا ورکوي.

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

د دوو خطي معادلو حل، د هغو د ګراف د تقاطع له نقطې څخه عبارت دی ځکه چې په هغو کې x او y یعنې فاصله او ترتیب په دواړه معادلو کې مساوي یا یو ډول دي.

تمرین

1- یو رستوانت د یو شرکت لپاره ډوډۍ پخوي. دا رستورانت 1000 افغانۍ یو کال مخکې او سربېره پر هغه په هره میاشت کې 600 افغانۍ غوښتې دي. بل رستورانت د مخکنۍ غوښتنې پرته د میاشتې 850 افغانۍ غوښتې دي. لاندې جدول بشپړ کړئ.

میاشتې	وری	غواي	غبرګولی	چنګاښ	زمری	وږی	تله	لړم	لندی	مرغومی	سلواغه	کب
لومړی رستورانت												
دویم رستورانت												

دې دوو رستورانتونو ته د پیسو ورکولو ګراف د قایم مختصات په یو سیستم کې رسم کړئ که چېرې 6 میاشتې ډوډۍ وغواړو کوم یو رستورانت زموږ په ګټه دی.

تابع

- که چېرې د يوه موټر چټکتيا $50\frac{Km}{h}$ وي:

– په دوو ساعتونو کې څومره واټن وهي؟

– په درې ساعتونو کې څومره واټن وهي؟

- ايا ويلای شئ چې د هر وخت لپاره يو ځانګړی واټن په يوه ټاکلې چټکتيا پورې اړه لري؟

فعاليت

اوس د يوه موټر د چټکتيا او وهل شوي واټن تر منځ رابطه نظر وخت ته په پام کې نيسو:

- که چېرې يو موټر د $60\frac{Km}{h}$ په ثابتې چټکتيا سره حرکت وکړي، لاندې جدول د درکړل شوي وختونو په پام کې نيولو سره د وهل شوي فاصلې لپاره بشپړ کړئ:

t	5sec	10sec	15sec	20sec	25sec	30sec
x						

- د لاس ته راغلي مرتبې جوړو لپاره که چېرې پورته رابطه د قايم مختصات په سيستم کې، په داسې حال کې چې وخت يعنې د t لپاره عمودي محور او د x وهل شوي واټن لپاره افقي محور په پام کې ونيسو د هغو ګراف رسم کړئ.
- ايا ويلی شئ چې د هر راکړ شوي وخت لپاره يو ځانګړی واټن وجود لري؟
- که چېرې په پورته رابطه کې t يو مستقل متحول وي په دې حالت کې د کوم کميت قيمتونه د هغه تابع دي.

له پورته فعاليت څخه لاندې تعريف لاس ته راورو:

- د دوو سيټونو د عناصرو تر منځ داسې يوه رابطه، چې د متحول هرقيمت لپاره يو ځانګړی قيمت يا د متحول هر قيمت د يوه عدد سره ارتباط ولري تابع، بلل کيږي.
- د قيمتونو ناحيه چې مستقل متحول په کې قيمتونه اخلي د تعريف ناحيه يا دومين (Domain) بلل کيږي.

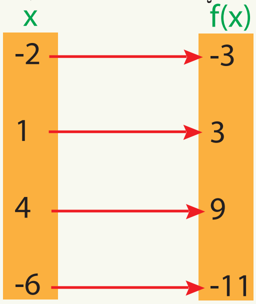
د ناحيې هغه قيمتونه، چې د تعريف د ناحيې څخه د مجهول لپاره په لاس راځي، د ناحيې د قمتونو يا د کودومين (Codomain) په نامه ياديږي.

که چېرې د يوې تابع د تعريف ناحيه A او B د قيمتونو ناحيه وي په دې صورت کې y تابع د x بلل کيږي او داسې ليکل کيږي: $y=f(x)$

مثال: د $f(x)=2x+1$ تابع د -2 ، 1 ، 4 ، -6 د درکړل شوي قميتونو په واسطه وښاياست چې f يوه تابع ده.

حل: په تابع کې د راکړل شوو قيمتونو په اېښودلو سره دتابع قيمتونه په لاندې ډول په لاس راځي:

$$f(x)=2x+1$$
$$f(-2)=2(-2)+1=-3$$
$$f(1)=2(1)+1=3$$
$$f(4)=2(4)+1=9$$
$$f(-6)=2(-6)+1=-11$$

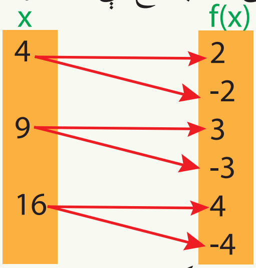


له پورته شکل څخه ښکاري چې د تعريف په ناحيه کې دمتحول د هر قيمت لپاره يو قيمت دقيمتونو په ناحيه کې شته دې نو دتابع دتعريف له مخې f يوه تابع ده او لاندې پايله په لاس راځي:
هره الجبري افاده چې د $y=ax+b$ شکل ولري يا په بل عبارت هره خطي رابطه د تابع په نامه يادېږي.

مثال: که چېرې د 4، 9 او 16 قيمتونه د $f(x)=\sqrt{x}$ تابع لپاره درکړل شوي وي ايا f يوه تابع ده او که نه؟

حل: د f په تابع کې د متحول د قيمتونو په اېښودلو سره د تابع قيمتونه په لاس راځي:

$$f(x)=\sqrt{x}$$
$$f(4)=\sqrt{4}=\pm2$$
$$f(9)=\sqrt{9}=\pm3$$
$$f(16)=\sqrt{16}=\pm4$$



په پورته شکل کې ليدل کيږي چې د x د سټ دهر عنصر لپاره د $f(x)$ په سټ کې دوه قميتونه دي، نو له دې امله د تابع تعريف له مخې f يوه تابع نه ده.

تمرين

آيا د $f(x)=\frac{4}{3}x$ تابع د 0، 1، 2، 3 او -3 درکړل شوو قيمتونو لپاره يوه تابع ده؟

د نهم فصل مهم ټکي

ټکی په مستوي کې: کولای شود قایم وضعیه کمیاتو د یو سیستم په واسطه یو ټکی تعریف کړو چې د (x,y) دوه مختصو په واسطه چې د فاصلې او ترتیب په نامه یادیږي وټاکل شي.

د قایم مختصات سیستم: دوه عمود محوورونه د xx' او yy' چې یو بل د o په ټکی کې قطع کوي دقایم مختصات سیستم په نامه یادیږي، د هغو د (x,y) هرې مرتبې جوړې سره د مستوي یو ټکی اړیکې لري.

x د ټکي د فاصلې او y د ترتیب په نامه یادیږي، د هغو قیمتونه د محورونو له مخې چې په مساوي واحدونو سره ویشل شوي دي، ټاکل کیږي.

په مستوي کې د یوه ټکي مختصات: د قایم مختصات په یوه مستوي کې د P هر ټکي یوازې د $P(x,y)$ یوه مرتبه جوړه عددونه او برعکس (سرچپه) دقایم مختصات په مستوي کې د $P(x,y)$ هره مرتبه جوړه عددونه یوازې د P یو ټکي ټاکلی شي.

مجهول او متحول: که چیرې په یوه مساوات کې د الجبري افادې د یوه جز دبدلون امکان یوه عدداو یا بل هر عدد سره شتون ولري متحول بلل کیږي.

که چیرې په کلې ډول متحول د خوښې سره سم اختیاري بدلون منونکي نه وي، مجهول بلل کیږي.

رابطـه یا اړیکه: که چیرې د دوو شیانو جسمونو یا د دوه سیټونو دعناصرو ترمنځ د ریاضي د عملیو په واسطه او یا د کومو تولنیزو اړیکو د ترون ترمنځ شتوالی ولري رابطه بلل کیږي.

خطي رابطه: که چیرې د یوې رابطې ګراف مستقیم خط وي په دې صورت کې د متحولینو تر منځ خطي رابطه بلل کیږي.

د خطي رابطو جوړښت: د هغو خطي رابطو شمیر چې ګرافونه یې یو مستقیم خط جوړ کړي او د شفاهي وینا په واسطه وویل شي د الجبري افادې د رابطو په واسطه ښودل کیږي او حل یې پیدا کیږي، دا ټول پړاوونه د خطي رابطو جوړښت په نامه یادیږي چې په حقیقت کې په ورځینې ژوند کې د خطي معادلو تطبیق کول دي.

تابع: د دوو سیټونو د عناصرو تر منځ رابطه یا اړیکه څرنګه چې په نومورې اړیکه کې د متحول د هر قیمت لپاره د تابع یو قیمت څرګندوي نو په دې صورت کې د تابع په نامه یادیږي.

1- لاندې درکړل شوي ټکي دقايم مختصات په سيستم کې وټاکئ:

$D(-1,4)$ $C(4,-1)$ $B(3,-5)$ $A(1,5)$

2- د 3 ټکو مختصات داسې پيدا کړئ چې د مساوي ترتيب لرونکي خو نومورې ټکي يو پر بل باندې پراته نه وي.

3- دمتساوي الساقين مثلث د راسونو مختصات پيدا کړئ چې يو راس يې د $y=5$ د y پر محور باندې او دوه نور راسونه يې د x پر محور باندې وي، په داسې حال کې د قاعدې اوږدوالی 9 واحده دی؟

4- د $A=\{1,2,3,4\}$ او $B=\{5,6,7,8\}$ سيټونو د عناصرو ترمنځ يوه اړيکه يا رابطه د ګراف په واسطه رسم کړئ.

5- د A له سټ څخه د B سټ ته د هر عنصر لپاره يوه رابطه د "$<$"نښې په واسطه تعريف کړئ د درکړل شوو سيټونو په پام کې نيولو سره په 4 مثال کې د A او B سيټونو د عنصرونو لپاره د "$>$" نښې په واسطه مثال وليکئ ؟ (مثلاً $1<5$ دی) ايا برعکس رابطه هم شتوالی لري.

6- لاندې معادلې حل کړئ:

a) $5x-5=5$ b) $3x+8=23$

c) $7x-2=19$ d) $x+\frac{1}{2}=4$

7- نرګس له خپلې مور څخه 25 کاله کوچنۍ ده. که چېرې د نرګس او مور د عمرونو مجموعه 41 کاله وي، نرګس څو کلنه ده؟

8- زلمي او نصير 36 ټوکه کتابونه ولوستل، که چېرې زلمي له نصير څخه 6 توک زيات لوستلي وي معلوم کړئ چې هر يوه څو ټوکه کتابونه لوستلي دي؟

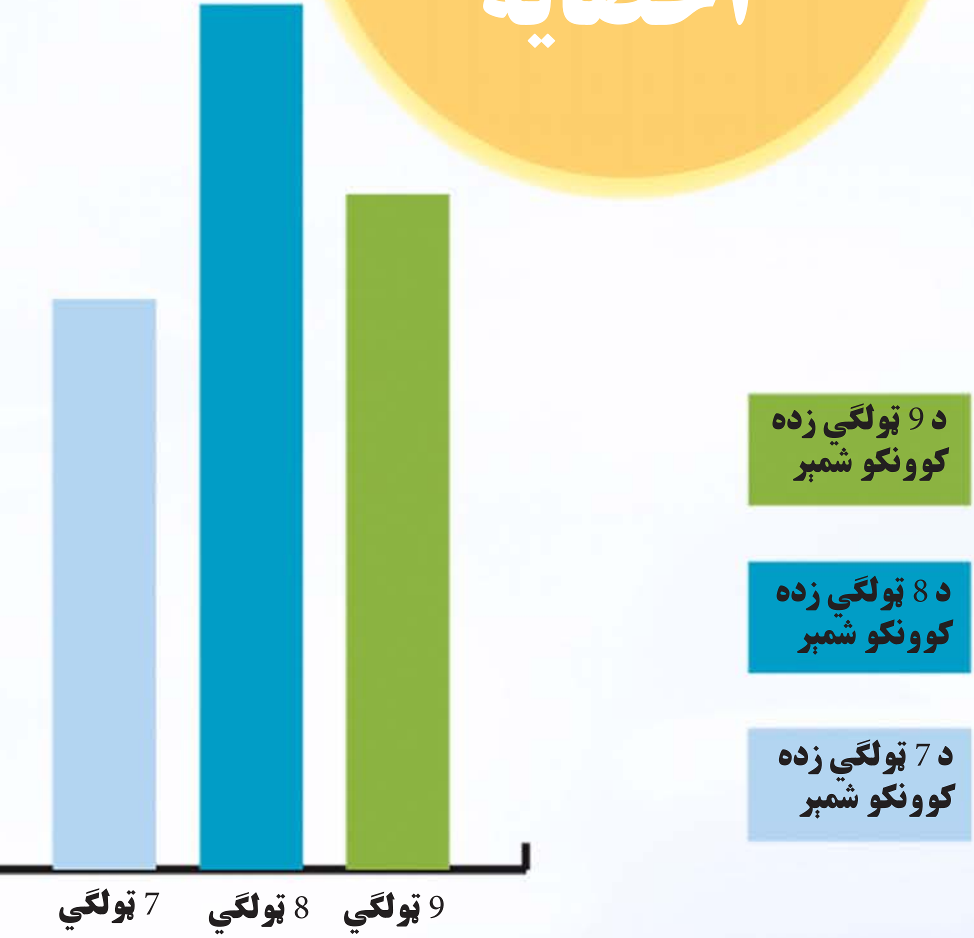
9- يو توپ ټوکر 30 متره دی، 7 جوړې کالي يې ورڅخه ګنډلي دي که چېرې 2 متره ټوکر ورڅخه پاتې وي نو د هرې جوړې کاليو لپاره څومتره ټوکر مصرف شوي دي؟

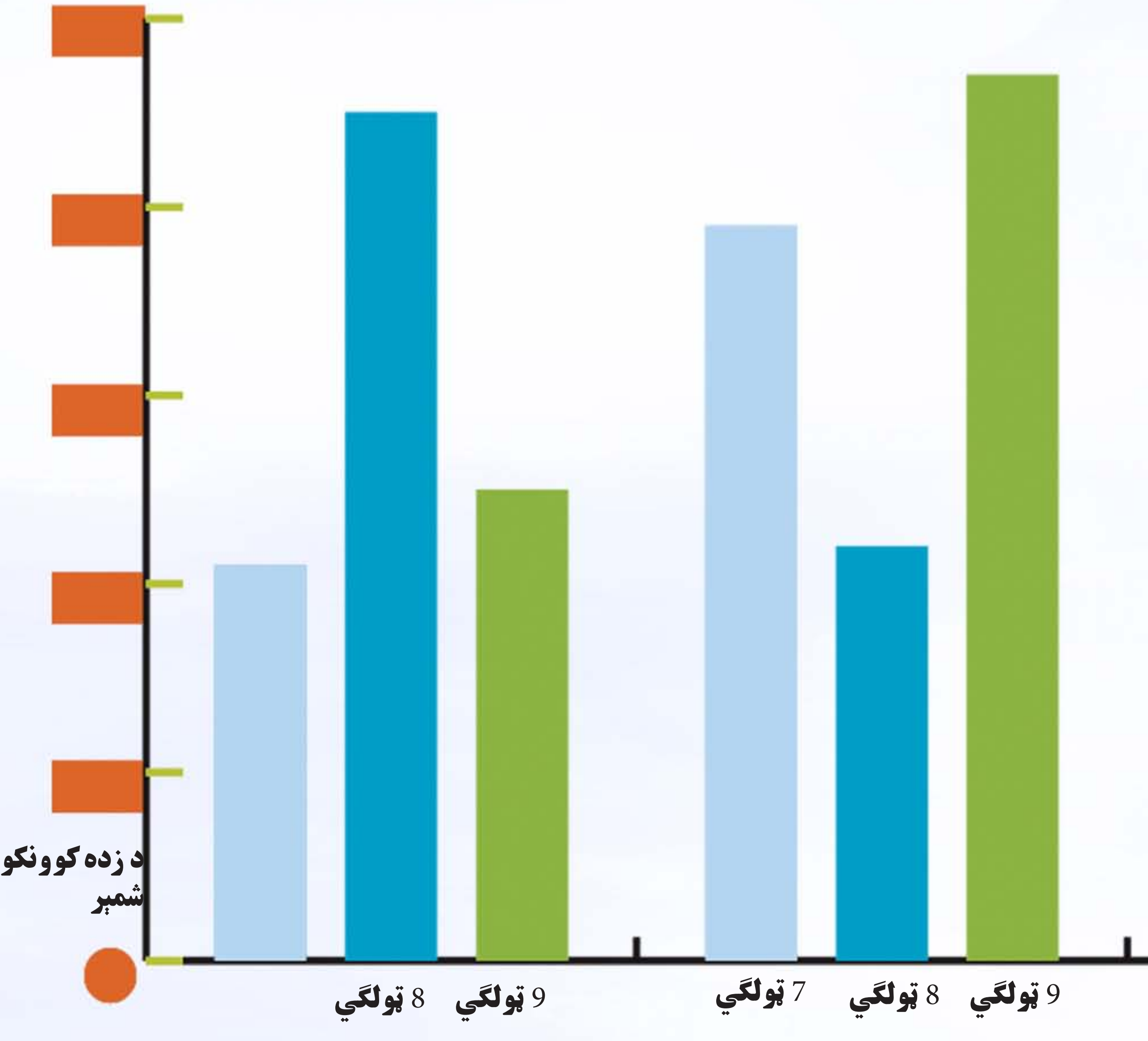
10- که چېرې د يوه عدد له 3 برابر سره د 4 عدد زيات شي د 10 سره مساوي کيږي عدد څو دی؟

11- که چېرې د يوه عدد له دوه برابر څخه ۵ منفي شي مساوي د خپل عدد سره کيږي عدد کوم دی؟

لسم فصل

احصایه





د زده کوونکو شمېر
8 ټولګي
9 ټولګي
7 ټولګي
8 ټولګي
9 ټولګي

د منفصلې ډیټا د کثرت جدول

یو سرې غواړي له کابل نه مزارشریف ته لاړ شي. د لارې په اړوند له یوه لاروی نه معلومات غواړي.
لاروی: له کابل نه کاریزمیر ته، له کاریزمیر نه قلعه مراد بیک، له قلعه مراد بیک نه سرای خواجې،...، له چاریکار نه جبل السراج ته او ...،
اوریدونکی ددې معلوماتو په اورېدو گیچ شو.
آیا لاروي نه شو کولای چې دغه ځواب له جزیاتو پرته ورکړي؟

فعالیت

د ریاضي په مضمون کې د یوه ټولگی د زده کوونکو نمرې په دې ډول لیکل شوی دي:

88	58	51	59	67	48	35	30	25	42
43	56	91	72	78	75	56	48	77	82
20	47	95	42	100	82	63	57	53	94
96	83	92	76	26	75	12	62	40	59

- که وغواړو چې د پورتنیو معلوماتو د کثرت جدول جوړ کړو، آیا دا به ښه پر وي چې د دې کار لپاره له1 نه تر 100 پورې نمرې ولیکو ایا ستونزه شته؟
- لاندې جدول بشپړ کړئ:

نمرې	f
0 تر 9	
10 تر 19	
20 تر 29	2
30 تر 39	
40 تر 49	
50 تر 59	
60 تر 69	
70 تر 79	
80 تر 89	
90 تر 100	

• د هغې ډیټا (راکړل شوو معلوماتو) نومونه واخلئ چې د جدول په پنځمه طبقه کې راتلای شي.
• دویمه کربنه (ډیټا) یعنې څه؟
• که پورتنی ډیټا موږ نه درلودې، ایا موږ ویلای شو چې ووایو د هغو دوه تنو نمرې، چې د 11 او 20 ترمنځ دي، څو دي؟
• څو بېلا بېلې ډیټاوې په هره طبقه کې شاملیدای شي؟

کله، کله په جدول کې د ډیټا د کثرت عدد ډېر کوچنی او یا صفر وي، په دې صورت کې د مجزا کثرت جدول ډېره مرسته نه شي کولای او یا د هغه د جدول جوړول هم ډېر گران دی، نو ځکه په دې حالت کې د طبقه بندی په ډول د کثرت له جدول څخه گټه اخلو. په دې صورت کې د هرې طبقې کثرت دا راښئ چې په طبقې کې څو ډیټاوې شاملې دي، خو موږ نه شو ویلې چې هغه کومې دي.

مثال: د پورتنیو معلوماتو په رڼا کې لاندې جدول بشپړ کړئ:

شمېر	نمرې
13	0 – 49
8	50 – 59
3	60 – 69
6	70 – 79
4	80 – 89
6	90 – 100

لومړی طبقه څه شی درښئ؟
له کوم جدول څخه گټه اخیستل به ساده وي؟
که د یوه زده کوونکي نمرې 62 وي په کومې طبقې کې راتلای شي؟
په دویمه طبقه کې د 50 او 59 عدد څه شی راښئ؟

حل: لومړی طبقه د هغه شمېر زده کوونکو نمرې راښئ چې نمرې یې له 50 څخه لږې دي او یا نه دي بریالي شوي.
که وغواړو چې پوه شو څو زده کوونکي نه دي بریالي شوي دویم جدول زموږ کار یو څه اسانوي، ځکه د لومړي جدول د 5 طبقو معلومات په یوې کربنې کې په لنډ ډول لیکل شوي دي.
د 62 په دریمې طبقې کې راغلی دي.
په دویمې طبقې کې 50 د ډېر کوچنی عدد او د 59 د ډېر لوی عدد ښکارندوي دی چې په نوموړې طبقې کې راتلای شي.

تمرین

د لاندې ډیټا د کثرت (freqence) جدول بشپړ کړئ.

10	40	30	20	8	10
18	30	35	25	14	12
37	29	28	17	15	14

30 – 39	20 – 29	10 – 19	1 – 9	شمېر
				نمرې

د کثرت د جدول د اجزاو خاصیتونه

له هغې وروسته چې ښوونکي د ټولګي زده کوونکي په درېو (ښه، منځنی، او ضعیفو) برخو وویشل، د ښې طبقې نمرې یې98یوه زده کوونکي، چې درلودې، پوښتنه وکړه، ایا زه له هغه چا دي، په کورس82سره، چې نمرې یې کې یو شان یم؟

فعالیت

د تېر شوي لوست په رڼا کې د یوه زده کوونکي د ریاضي د مضمون نمرې او د کثرت جدول په پام کې ونیسئ.

ددې ټولګي ښوونکی غواړي زده کوونکو ته نصیحت وکړي چې د مضمون د ښو پایلو د لاسته راوړلو لپاره شخصي کورسونه ونیسي.

ددې کار لپاره ټولګی په درېو (ضعیف، متوسط، ښه) برخو وویشئ او لاندې جدول بشپړ کړئ:

شمېر	د زده کوونکو حالت
	0 – 59
	60 – 79
	80 – 100

- د 60 او 80 عددونه څه شئ را ښیي؟
- څو توپیر لرونکي نمرې په دویمه طبقه کې راتلای راشي؟
- دا عددونه د 80 او 60 له توپیر سره پرتله کړئ؟
- د هغه زده کوونکو نمرې چې د 80 او 100 ترمنځ دي په کومې طبقې کې پرتې دي؟
- آیا دغه کورس چې زده کوونکي په کې ګډون کوي، له هغه کورس سره یو شان دی چې د دویمې ډلې زده کوونکي په کې ګډون کوي؟
- آیا هغه کورس، چې یو زده کوونکي د 83 نمرو په درلودلو سره په هغې کې ګډون کوي له هغه کورس سره، چې د 93 نمرو په درلودلو په کې ګډون کوي او هغه زده کوونکي چې 93 نمرې یې اخستې دي، یو شان دئ؟

د نمرو ترټولو هغه لږ مقدار چې کولای شي په یوې طبقې کې راشي ټیټ سرحد او ترټولو ډېر مقدار ته یې لوړ سرحد وایي، هغه ډېټا چې په یوه طبقه کې راتلای شي د هغې طبقې د وسعت (پراخوالی)

په نامه یادیږي. د یوې طبقې د پراخوالی د پیدا کولو لپاره کولی شو چې یوې طبقې سرحدونه او یا یو د بل د پاسه حدونه له یو بل نه کم کړو.

پورتنی فعالیت دا را ښیئ کومې ډیټاوې چې په یوې طبقې کې راځي د احصایې له پلوه موږ ته کوم خاص توپیر نه لري کولای شو هغه ټولې ډیټاوې یو شان په نظر کې ونیسو او د یو شان ښودلو لپاره یې د هرې طبقې له اوسط څخه ګټه اخلو .

مثال: د یوه ټولګی د ریاضي د مضمون نمرې په لاندې توګه مخامخ لیکل شوي دي.

آیا د بریالیتوب او پاتې والي له پلوه هغه هلک چې 12 نمرې یې تر لاسه کړې وې له هغه زده کوونکي سره کوم توپیر لري چې 25 یا 48 نمرې یې اخیستې وې؟

د لومړی، دویمې او دریمې طبقې اوږدوالی (وسعت) پیدا کړئ.

د ریاضي نمرې	شمېر	د طبقې وسط
0 – 49	4	$\frac{0+49}{2}=24.5$
50 – 59	2	$\frac{50+59}{2}=54.5$
60 – 69	7	$\frac{60+69}{2}=64.5$
70 – 79	10	$\frac{70+79}{2}=74.5$
80 – 89	9	$\frac{80+89}{2}=84.5$
90 – 100	8	$\frac{90+100}{2}=95$

حل: هغه زده کوونکو چې 12، 25 او 48 نمرې اخیستې دي،د بریالیتوب له پلوه یو تر بله کوم توپیر نه لري، ځکه ټول بریالي شوي نه دي.

د لومړی طبقې وسعت $= 50 - 0 = 50$

د دویمې طبقې وسعت $= 60 - 50 = 10$

د دریمې طبقې وسعت $= 70 - 60 = 10$

کولای شو چې د هرې طبقې لپاره داسې ووایو:

څلور تنو زده کوونکو 24,5 نمرې، 2 تنو 54,5 نمرې، 7 تنو 64,5 نمرې، 10 تنو 74,5، 9 تنو 84,5 نمرې او 8 تنو 95 نمرې اخیستې دي.

دا ضرور نه ده چې د هرې طبقې وسعت دې یو تر بله مساوي وي. د طبقې سور په دې پورې اړه لري، چې طبقه بندی د کوم مطلب لپاره کوو او څه معلومات ترې اخیستې شو. لکه په تېر شوي مثال په طبقه بندی کې مو وغوښتل چې د شخصي کورس زده کوونکې په درې برخو وویشو.

تمرین

لاندې جدول بشپړ کړئ:

دطبقې وسط	د طبقې اوږدوالی	طبقه	د هرې طبقې ډیټا
		16 – 18	16 , 16.5 , 17 , 17.5
		18 – 20	18 , 18.5 , 19.5 , 20

ډله ییز (تجمعي) کثرت

څنګه پوهېدلای شو چې د زمري د میاشتې تر پایه څو ورځې رخصتي لرو؟

فعالیت

د یوې کلیزې په مرسته لاندې جدول ډک کړئ:

د کال میاشتې	جمعې او د رخصتیو ورځې	دریمه ستنه
وری		
غویی		
غبرګولی		
چنګاښ		
زمری		
وږی		
تله		
لړم		
لیندۍ		
مرغومی		
سلواغه		
کب		

- د وري په میاشت کې څو ورځې رخصتي لرو؟
- د غويي په میاشت کې څو ورځې رخصتي لرو؟
- غبرګولي په میاشت کې څو ورځې رخصتي لرو؟
- د کال له پیل څخه د غبرګولي ترپایه څو ورځې رخصتي لرو؟
- د دغه پورته ډله ییز یا د کثرت جدول، دریم کتار داسې ډک کړئ چې د هغې طبقې د کثرت هر کتار د مخکنیو طبقو له کثرت سره جمع شوې وي.

• آيا ددې کتار په مرسته په اسانۍ سره ويلای شئ چې د غبرګولۍ ترپايه څو ورځې رخصتۍ لرئ؟
• په دريم کتار کې د کرښې ورستی عدد څو دی؟ د غه عدد څه شی راښئ؟

په پورتني فعاليت کې د هرې مياشتې د رخصتيو ورځو شميره د مطلق کثرت په نامه ياديږي. د دغې دورې تر پايه د رخصتيو ورځو شميره د ډله ييز کثرت په نامه ياديږي. د هرې طبقې ډله ييز کثرت مساوي دی د هغې طبقې د مطلق کثرت او د هغې د مخکينيو طبقو له مطلق کثرت سره.

مثال: يوې کار خانې اعلان وکړ، که چېرې زموږ د کار خانې په جوړو شوو توکو کې کومې ستونزې پيدا شوې، پلورونکې کولای شي چې دغه توکې د بيا جوړولو لپاره بيرته کارخانې ته راواستوي.

مطلق کثرت (د مسترد شوو کاليو شمېر)	وروسته له پلورلو مياشت
3	10 – 13
6	13 – 16
7	16 – 19
4	19 – 22

دغه جدول د هغو پلورل شوو توکو شميره راښيي چې د جوړولو لپاره بيرته کار خانې ته استول شوي دي.

16 مياشتې وروسته څو توکې د جوړولو لپاره کارخانې ته استول شوي دي؟ د 14 او 19 مياشتو ترمنځ څو توکې د بيا جوړولو لپاره استول شوي دي؟

ډله ييز کثرت	مطلق کثرت	طبقې
3	3	10 – 13
6 + 3 = 9	6	13 – 16
9 + 7 = 16	7	16 – 19
16 + 4 = 20	4	19 – 22

حل: دله ييز (تجمعي) کثرت يې پيدا کوو. دويم نظر ته په پام کې نيولو سره وينو چې په لومړيو 16 مياشتو کې 9 توکې او د 16 او 19 مياشتو ترمنځ 7 توکې د بيا جوړولو لپاره راستول شوي دي. که چېرې دغه عدد مو نه پېژندلای. مونږ کولای شول چې د ډله ييز کثرت په مرسته يې داسې پيداکړو: $16 - 9 = 7$

تمرين

لاندې جدول بشپړ کړئ:

ډله ييز کثرت	مطلق کثرت	طبقې
	3	10 – 15
	2	15 – 20
	4	20 – 25
	7	25 – 30
	6	30 – 35
	5	35 – 40

نسبي کثرت

د دوو ښوونځیو زده کوونکو ملالی او درخانی په خپل منځ کې خبرې کولې:

درخانی: زموږ په ټولګي کې 73 تنه بریالی شوي دي.

ملالی: زموږ په ټولګي کې 30 تنه بریالی شوي دي.

آیا د کوم ټولګی لوست به ښه وي؟

فعالیت

د یوه ښوونځی په الف ټولګی کې 40 تنه او په ب ټولګی کې 35 تنه زده کوونکې شته، د ریاضي په مضمون کې د الف د ټولګي 32 تنه او د ب د ټولګي 30 تنه بریالی شوي دي.

- د الف ټولګی د بریالیو زده کوونکو نسبت له ټولو زده کوونکو سره څو دي؟
- د ب ټولګي د بریالیو زده کوونکو نسبت له ټولو زده کوونکو سره څو دي؟
- د دې دواړو نسبتونو له پرتله کولو وروسته ووایئ چې د کوم ټولګي زده کوونکو ښه لوست ویلی دي.
- ایا د دواړو ټولګیو د بریالیو زده کوونکو په پرتلې، کولای شئ دا ځواب ووایئ؟

پورتنی فعالیت دا را څرګندوي په ځینو حالتونو کې د دوه وضعیتونو لپاره نشو کولای چې مطلق کثرتونه سره پرتله کړو. په داسې حالتونو کې ددې $\frac{\text{مطلق کثرت}}{\text{د ټولې ډیټا کثرت}}$ له نسبت څخه ګټه اخلو. ددې نسبت لاس ته راغلي قیمت ته نسبي کثرت وایو، او د لاښه پرتله کولو لپاره دغه عدد په فیصدی ښیو، چې د نسبې کثرت د فیصدې په نامه یادیږي.

مثال: په یوه ازموینه کې د دوو ټولګیو نمرې په لاندې جدول کې راوړل شوي دي. دا دوه ټولګي سره پرتله کړئ.

د ب ټولګی	مطلق کثرت
10 – 30 ضعیف	19
30 – 50 متوسط	25
50 – 70 ښه	16

د الف ټولګی	مطلق کثرت
10 – 30 ضعیف	6
30 – 50 متوسط	10
50 – 70 ښه	4

حل: څرنګه چې وينو ددې دواړو ټولګيو د زده کوونکو ټول شمېر په جدول کې سره مساوي نه دی نو څکه نه شو کولای چې د دواړو طبقو مطلق کثرت سره پرتله کړو.
ددې کار لپاره لومړی د دواړو طبقو نسبي کثرت پيدا کوو. وينو چې ضعيف زده کوونکي په دواړو ټولګيو کې تقريبا سره نږدې دي، مګر د الف ټولګي متوسط زده کوونکي څه نا څه بهتر دي.

د ب ټولګی	مطلق کثرت	نسبي کثرت	د نسبي کثرت فیصد
10 – 36	19	$\frac{19}{60}$	31.6%
30 – 50	25	$\frac{25}{60}$	41.6%
50 – 70	16	$\frac{16}{60}$	26.6%

د الف ټولګی	مطلق کثرت	نسبي کثرت	د نسبي کثرت فیصد
10 – 36	6	$\frac{6}{20}$	30%
30 – 50	10	$\frac{10}{20}$	50%
50 – 70	4	$\frac{4}{20}$	20%

تمرين

لاندې جدول بشپړ کړئ:

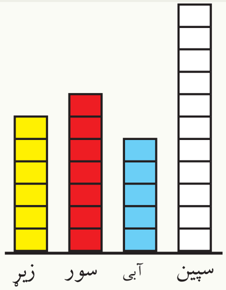
د الف ټولګی	مطلق کثرت	نسبي کثرت	د نسبي کثرت فیصد
5 – 10	2		
10 – 15	3		
15 – 20	1		
20 – 25	4		
25 – 30	6		

میله یي ګراف

په انځور کې هغه ونې وینئ چې ټولې له یوه ډوله دي تاسې ویلای شئ چې د لوړوالي له مخې د کومې یوې عمر ډېر دی؟

فعالیت

د یوه ښوونځي له زده کوونکو څخه پوښتنه وشوه چې د موټر د خپلې خوښې رنګ ووایئ.
د دوی د ځرګندونو پایله مو د ګراف په څېر په لاندې شکل کې لنډه کړې ده.



غوره شوی رنګونه

- په هره میله کې د مربعو شمېر څه شی څرګندوي؟
- د شکل له مخې ووایئ چې څو تنو زیړ رنګ غوره کړی دی؟
- کوم رنګ له ټولو نه لږ ټاکل شوی دی؟
- که چېرې د هرې ستنې لاندې رنګونه، نه وي لیکل شوی آیا تاسې کولای شول چې لازم معلومات ترلاسه کړئ.
- که د ګراف لاندې عبارت نه وای آیا یوازې د ګراف په لیدلو تاسې کولای شول ووایئ چې ګراف د څه شی په برخه کې دی؟

لاندې جدول راکړ شوی دی کوښښ وکړئ چې ګراف یې رسم کړئ.

- ګراف ته وګورئ آیا دا کار اسانه دی؟

شین	زیړ	آبی	سور
11	6	5	7

• که لاندې جدول درکړ شوی وي کوښښ وکړئ چې گراف یې رسم کړئ.
• دغه گراف ته وگورئ؟
آیا کولای شئ د پورتني جدول څرگندونې په دغه گراف کې په اسانۍ سره وگورئ؟
• په لومړي گراف کې مو ولې د مربعگانو څخه گټه اخیستې ده؟ او په دویم گراف کې موږ دا کارنه دی کړی؟
• د گراف په لیدو او د میلو د اوږدوالی په پرتله کولو سره په ترتیب ووایی چې کوم رنگونه د زده کوونکو ډېر غوره شوي دي؟
• آیا د گراف په رسمو لو کې د ډیټا د ځای په تغیر کې کوم توپیر راوړی شئ؟

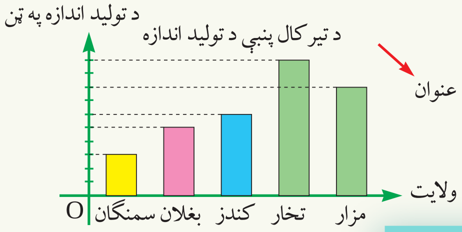
د فعالیت په پیل کې که چېرې تاسې دغه پوښتنه نه وي لوستلی، ایا تاسې ویلای شول چې دا رنگ څه شی راښئ. څه رنگه وارېندیز کوئ.داتاگانې پورتنی گراف، میله یي گراف نومیږي. یو میله یي گراف باید د سر لیک، مقیاس او د محور مشخصه لرونکی وي. په میله یي گراف کې د داتا د راکړل شو معلوماتو، ځای کول مهم نه دي.

مثال: په لاندې جدول کې د هیواد د پنځو ولایتونو د پنبې د تولید اندازه د ټن په حساب راکړشوې ده.

ولایتونه	مزار	تخار	کندز	بغلان	سمنگان
د تولید اندازه	8	10	6	5	3

د هر ولایت تولید د میله یي گراف په ډول وښیئ. کوم ولایت ډېر تولید لري؟

حل:



تمرین

1- د میله یي گراف د رسمولو لپاره کومو معلوماتو ته اړتیا لرئ؟
2- د یوه ښوونځي د ورزشي ټیمونو شمېر په لاندې جدول کې درکړ شوي دی:

باسکتبال	والیبال	فوتبال	منډه
8	12	11	6

گراف یې رسم کړئ.

د منكسري كرښې ګراف

دا ګرافونه ډاکټران څنګه تفسيروي؟

فعالیت

د مزار شريف د ښار د هوا پېژندنې اداري د ورېي په مياشت كې د يوې شپې او ورځې د تودوخې درجه د سانتي ګريد په حساب په لاندې جدول كې اعلان كړې ده.

د شپې وروسته له 12	د شپې 8	د ماسپښين 6	د ورځې 11	د سهار 8	د سهار 5	د شپې 12
18	23	21	28	25	20	15

پورتنې داتا د راكړل شوو مختصاتو پر بنسټ د مستوي پرمخ د ټكو په شودلو سره په نښه كړئ او د مستقيمې كرښې په مرسته دغه ټكي سره و نښلوئ.
د ګراف له مخې لاندې پوښتنو ته ځواب ووائې.

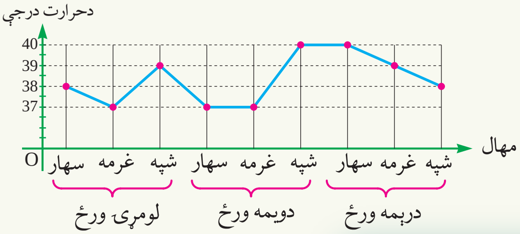
- د تودوخې ډېره لوړه او ډېره ټيټه درجه په كومو ساعتونو كې وه؟
- په كوم ساعت كې د تودوخې درجه د 25 درجو نه پورته شوې وه؟
- د كومو ساعتونو ترمنځ د تودوخې د درجې بدلون ډېر وو.
- د تودوخې درجه په كوم ساعت كې تر ټولو ډېره وه.

نوموړی فعالیت دا راښيي چې کولای شو راټول شوي معلومات (داتا) د ټکو په مرسته د مختصاتو په مستوي کې رسم کړو او بیا دغه ټکي د منکسرو کرښو په مرسته یو تربله سره ونښلوو. کوم ګراف چې د ټکو د نښلولو په مرسته په لاس راځي د منکسر ګراف په نامه یادیږي.

مثال: یو ډاکتر د رنځور تبه په دریو ورځو کې تر لاندې ونیوله. د تودوخي درجې د بدلون ګراف یې رسم کړئ.

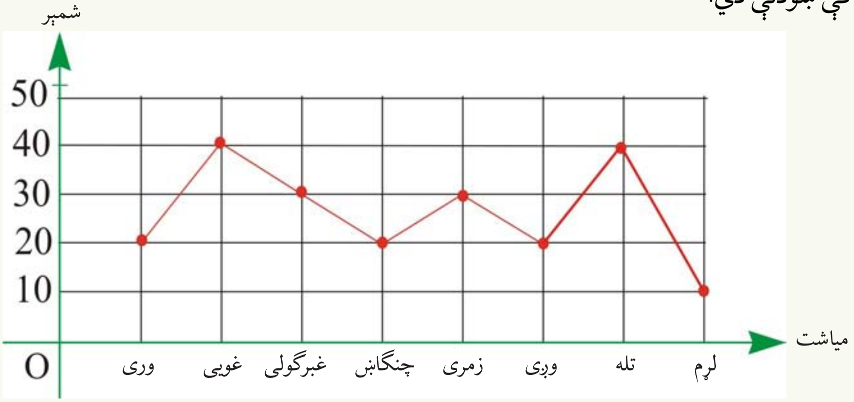
حل: په لاندې جدول کې دغه ډېټاوې راکړل شوي دي.

دریمه ورځ			دویمه ورځ			لومړۍ ورځ		
شپه	غرمه	سهار	شپه	غرمه	سهار	شپه	غرمه	سهار
38	39	40	40	37	37	39	37	38



تمرین

1- د ریاضي په مضمون کې درخانې خپلې میاشتنۍ نمرې د منکسر کرښې ګراف په ډول په لاندې شکل کې ښودلې دي.



• هغې په کومه میاشت کې تر ټولو ډېرې نمرې وړې دي؟
• درخانې په کومه میاشت کې تر ټولو لږې نمرې وړې دي؟
• په کومه میاشت کې یې نمرې له 35 نه ډېرې دي؟

د غیر متصلې ډېټا اوسط

سړي خپل یو لاس په داسي لوښي کې چي د تودوخي درجه یې د سانتي ګرید 10 درجې د صفرنه لوړه وه او بل لاس ئې په داسي ساړه لوښي کې چي د هغې د تودوخي درجه د سانتي ګرید منفي 10 درجې وه، کښېښود. له هغه نه پوښتنه و شوه چي حال یې څنګه دی؟ نوموړي وویل په اوسط ډول ښه یم. ایا په دې وضعیت کې د اوسط مېندل سم دي؟

فعالیت

د کال په پای کې د آصف نمرې په لاندې ډول دي.

84	92	92	82	97	82	75	82	75	75

- د آصف د نمرو اوسط پیدا کړئ.
- د دې لپاره چي د 75عدد درې ځلې یو له بل سره جمع کړئ، نور څه کولای شئ؟
- د آصف د نمرو د کثرت جدول جوړ کړئ.
- د کثرت د جدول له مخې، د آصف د نمرو د اوسط د پیداکولو لپاره لاره پیدا کړئ.

پورتنی فعالیت موږ ته دا را ښیي. چي د ډېټا د اوسط د پیداکولو لپاره د ډېټا د تکرار په صورت کې کولای شو د ډېټا د جمع پر ځای د ډېټا د کثرت له ضرب څخه ګټه واخلو. که چېرې په کلي حالت کې یوه ډېټا په x او د هغې کثرت په f وښیو د دوی د ضرب حاصل به f.x سره مساوي وي.
که لومړۍ ډېټا او د هغې کثرت په x_1 او f_1 ، او دویمه ډېټا او د هغې کثرت په x_2 او f_2 او . . . او اخري ډېټا په x_n او کثرت یې په f_n سره وښیو، ددې ډېټا اوسط مساوي په څو دی:

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{n}$$

مثال: د یو شرکت د کارکوونکو د عاید اندازه په لاندې جدول کې ښودل شوې ده.

دنده	د افغانیو په حساب میاشتنی عاید
رییس	50000
دوه مرستیالان	40000
منشي	20000
دري متخصصان	30000
پنځه مامورین	25000
دوه خانه سامان	10000

د شرکت مدیر وایي د شرکت دکارکوونکو اوسط عاید باید له 30000 افغانیو نه زیات وي. آیا دا رقم به دشرکت د ټولو کارکوونکو لپاره سم وي؟ آیا د مدیر دا خبره به سمه وي؟ دکثرت د اوسط جدول په کارولو سره د کارکوونکو عاید پیدا کړئ.

د کارکوونکو شمېر f		د هر یو عاید x	
رییس	1	50000	1 × 50000 = 50000
مرستیال	2	40000	2 × 40000 = 80000
منشي	1	20000	1 × 20000 = 20000
متخصصین	3	30000	3 × 30000 = 90000
مامورین	5	25000	5 × 25000 = 1250000
خانه سامان	2	10000	2 × 10000 = 20000

شمیر $n = 1+2+1+3+5+2 = 14$

$$\overline{x} = \frac{50000+80000+20000+90000+125000+20000}{14} = \frac{385000}{14} = 27500$$

څرنگه چې له محاسبې څخه ولیدل شول د عاید اوسط له 30000څخه لږ دی. نو ویلی شو چې د مدیر ادعا سمه نه ده.

تمرین

احمد هره شنبه او یکشنبه د کتاب 12 مخه او هره سه شنبه، چارشنبه او پنجشنبه 10 مخه او د جمعې په ورځ دکتاب 16 مخه لولي. دکثرت د اوسط جدول په جوړېدو سره دکتاب د هري ورځې د لوستل شوو مخونو اوسط پیدا کړئ.

د جدول په مرسته د متصلې ډېټا اوسط

د سوداګرۍ وزارت اعلان وکړو چې په تېرکال کې بهر ته د مميزو د لېږدولو اندازه لس زره ټنه وه يعنې څه؟

فعاليت

يوه بزګر د خپلو کچالانو په لاس راغلی محصول په بېلابېلو وزنونو په بوريو کې واچاوه. بزګر وويل ددې بوريو وزن په اوسط ډول او وه منه دی.
مګر د ښاروالۍ له خوا دا بورۍ بيا وزن شوې چې نتيجه يې په لاندې جدول کې راغلې ده.
آيا د بزګر وينا سمه ده؟

د بوريو شمير	دهرې بورۍ وزن
11	6 – 6.5
14	6.5 – 7
12	7 – 7.5
8	7.5 – 8

- د 7 او 6.5 ترمنځ بوريو د وزن عدد به څو وي؟
- د 7 منو بورۍ په کومه طبقه کې راځي؟
- د هرې طبقې اوسط پيدا کړئ.
- د مقابل لورې جدول له مخې ويلې شو چې:

د بوريو شمير	د بوريو وزن
11	6.25
14	6.75
12	7.25
8	7.75

• ددي بوریو اوسط څو دی؟
• آیا د بزګر وینا سمه ده؟

مثال: د کرنې یوه متخصص د چنار د 35 ونو لوړ والی اندازه کړ نوموړی متخصص غواړي چې د دغو ونو د لوړالي اوسط پیدا کړي.

جګوالی	د ونو شمېر	اوسط	F × X
8 – 8.5	4	8.25	4 × 8.25 = 33
8.5 – 9	5	8.75	5 × 8.75 = 43.75
9 – 9.5	8	9.25	8 × 9.25 = 74
9.5 – 10	7	9.75	7 × 9.75 = 68.25
10 – 10.5	6	10.25	6 × 10.25 = 61.5
10 .5– 11	5	10.75	5 × 10.75 = 53.75

$$\bar{x} = \frac{33+43.75+74+68.25+61.5+53.75}{35} = \frac{334.25}{35} = 9.55$$

تمرین

د یوه ښوونځي د 20 تنو زده کوونکو د ونې (قد) د اندازې په هکله معلومات په لاندې ډول راکړل شوي دي.

ونه	158 – 162	162 – 166	170 – 174	166 – 170	174 – 178
کثرت	2	6	4	5	3

د راکړل شوي ډیټا اوسط پیدا کړئ.

د لسم فصل مهم ټکي

• کله چې د ډیټا شمېره ډېره وي هغه طبقه بندي کوو او بیايې د کثرت له جدول څخه ګټه اخلو. په دې حالت کې د هرې طبقې کثرت دا راښيي چې په هرې طبقې کې څو ډیټاوې شاملې دي.
• د طبقې تر ټولو لږې اندازې ته ټیټ سرحد او تر ټولو ډېرې اندازې ته يې لوړ سرحد وايي.
• د هرې طبقې د یو شان ښودولو لپاره له هغه عدد څخه ګټه اخلو چې د هرې طبقې اوسط وښيي.
• د کثرت په جدول کې د هرې ډیټا تکرار ته د هغې ډیټا مطلق کثرت وايي.
• د ډیټا په طبقه بندی کې ټولې هغه ډیټاوې، چې په یوې طبقې کې شاملې دي، د هغې طبقې د کثرت په توګه په پام کې نیول کېږي.
• د طبقو مرکز د هغو غړو په شمېر تکرارېږي چې په هغه طبقه کې شاملې وي. یعنې د طبقو د کثرت مرکز د هغو غړو له شمېر سره مساوي دی چې په هغه طبقې کې شامل وي او دې کثرت ته مطلق کثرت وایو.
• د هرې طبقی د کثرت مجموعه او د هغې د مخه طبقو کثرت ته د دغې طبقې تجمعي کثرت ویل کیږي او وروستی تجمعي کثرت مساوي دي د ډیټاوو د ټول شمېر سره.
• د هرې طبقې د کثرت نسبت د ټولو ډیټاوو پر شمېرې ته نسبي کثرت وایي. که چېرې f د یوې طبقې مطلق کثرت او n د ډیټا شمېر وي. د $\frac{f}{n}$ کسرته د هغې طبقې نسبي کثرت وائي.
• که چېرې نسبي کثرت په 100 کې ضرب کړو د نسبي کثرت فیصدي په لاس راځي.
• د میله يي ګراف د کیفي او مجزا متحول د رسمولو لپاره، ګټه اخیستل کیږي د میله يي ګراف په رسمولو کې د میلو په ترتیب سره را تلل اهمیت نه لري کوم شی چې په دې ګراف کې اهمیت لري هغه د ډیټا کثرت دی.

د میله يي ګراف په رسمولو کې درې لاندې موضوعګانې په پام کې ونیسئ.
عنوان: موضوع دې په لنډ ډول د ګراف سرته او یا لاندې ولیکل شي.
د محورونو مشخصه: محورونه هر یو مشخصه لري. دغه مشخصه د هغه متحول خرګندونه کوي چې هغه محور يي ښيي.
مقیاس: د هر محور مقیاس باید څرګند او مشخص وي یعنې د ډیټا لپاره دې واحد وټاکل شي او دغه واحد دې د ګراف په څنډه کې ذکر شي.
که چېرې ډیټا د مختصاتو په یوې مستوي کې په ټکو نښه شي او بیا دغه ټکي د مستقیمو کرښو، په مرسته یو تر بله ونښلول شي. دغه په لاس راغلی ګراف د منکسر ګراف په نامه یادیږي.
• د ډیټا د اوسط د پیداکولو لپاره د ډیټا د تکرار په صورت کې د ډیټا د جمع پر ځاي کولای شو چې

په ډيټاکې د کثرت د ضرب څخه په دې ډول ګټه واخلو.

•په نښتو يا متصلو ډيټاوو کې، د طبقو مرکز د هغو په کثرت کې ضرب او جمع کوو او وروسته له هغې يې د کثرتونو پر مجموعې (چې د ډيټا شمېر ده) ويشو.

$$\text{د کثرت د جدول اوسط} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}$$

عمومي تمرينونه

1- یو ښوونځی دولس ټولګي لري او هر ټولګي يې په دوه الف او ب ټولګيو وېشل شوي دی ددغه ښوونځي د زده کوونکو شمېر په لاندې ډول دی.

د (الف) جدول

30	35	38
31	32	41
36	35	44
45	37	38

د (ب) جدول

40	45	42	37
48	49	32	35
46	35	46	32

- پورتنی ډېټا په څلورو (34-30 ، 39-35 ، 44-40 ، 49-45) طبقوکې تنظيم او د هرې طبقې کثرت وليکئ
- د طبقو پراخوالی او د ډېټا اوسط پیدا کړئ.
- تجمعي (.............................) کثرت پيدا کړئ.
- د نومورو ډېټاوو نسبي کثرت او فيصدي پيدا کړئ.
- د نومورو نسبي کثرت مجموعه له څه شي سره مساوي دی؟

2- د يوې مغازې خاوند په يوه اونۍ کې د بسکوټو کارتنونه د لاندې جدول له مخې پلورلي دي:

شنبه	يک شنبه	دو شنبه	سه شنبه	چهار شنبه	پنج شنبه	جمعه
8	11	15	9	13	6	4

- پورتنۍ ډېټا د میله يي ګراف په ډول وښيئ.

د y پر محور هر واحد د دوه کارتنونو ښکارندوی دی.

3- د مریم د اووم ټولګي د کلنۍ ازموینې نمرې په لاندې جدول کې راکړل شوي دي:

بدني روزنه	رياضي	ساينس	عربي	انګليسي	اسلامي تعليمات	دري	پښتو	هنرونه	اجتماعي علوم
76	92	82	75	85	90	95	80	88	84

د مریم نمرې د منکسرې کرښې په ډول وليکئ.
تر ټولو ډېرې او تر ټولو لږې نمرې يې څرګندې کړې.

4- د يوه ښوونځي د مدير، ښوونکي، مامورينو، تحويلداران او ملازمينو عايد په لاندې جدول کې ښودل شوي دی:

د افغانیو په حساب میاشتنی عاید	دنده
10000	د ښونځی مدیر
8000	سرښوونکی
4000	4 تنه مامور
5000	25 تنه ښوونکي
3500	2 تنه تحویلدار
3000	5 تنه ملازم

- د دغه کارکوونکو ټوله شمېره څرګنده کړئ.
- د هرې ډېټا او د هغې دکثرت د ضرب حاصل وشمېرئ
- د دغه کارکوونکو د عاید اوسط پیدا کړئ.

5- د کرنې یو متخصص د 500 بوټو لوړوالی تر څېړنې لاندې ونیو. له راکړ شوو معلوماتو څخه یې دا ټکل په توګه لاندې 30 بوټې وټاکل:

40	50	51	47	34	35	45	45
60	65	50	67	54	55	43	40
58	57	54	51	38	39	47	43
62	65	64	60	30	35		

- راکړل شوی معلومات ترتیب کړئ.
- دغه ډېټا د یوه جدول په ترڅ کې په څلورو 40-30 ، 50-40 ، 60-50 ، 70-60 طبقو ووېشئ.
- د هرې طبقې کثرت پیدا کړئ.
- د هرې طبقې اوسط پیدا کړئ.
- د کثرت د ضرب حاصل او د هرې ګیډۍ کثرت اوسط پیدا کړئ.
- د ډېټا اوسط پیدا کړئ.

6- په یوه ټولګې کې د زده کوونکو شمېر 25 تنه دي. دغه زده کوونکو د بادغیس، فاریاب، ارزګان، زابل او غور د ولایتونو دي، که چېرې د بادغیس ولایت د 1، په عدد او فاریاب ولایت په 2 او همدارنګه ارزګان په 3، زابل ولایت په 4 او غور ولایت د 5 په عدد وښیو. دغه لاندې معلومات (داتا) د زده کوونکو د زېږېدنې د ځای پر اساس لاسته راغلی دي.

data یعنې د راکړل شوو ملعوماتو د توزیع کثرت بشپړ کړئ.

5, 5, 3, 1, 5, 4, 3, 5, 1, 2, 1, 3, 5, 2
1, 5, 1, 2, 4, 1, 2, 1, 3, 2, 1

طبقه	کثرت	نسبې کثرت	ډله ییز کثرت
بادغیس			
فاریاب			
ارزګان			
زابل			
غور			

ددې راکړل شوو معلوماتو میله یې ګراف رسم کړئ.

یوولسم فصل

احتمال

نسبي کثرت او احتمال

د رمل د 6 شمېرې د راوتلو د چانس، وړاندوینه یا پیش بیني وکړئ.
د رمل د 6 شمېرې د راتلو شمېرو نسبت په 30 ځلې اچولو کې حساب کړئ.
دا عددونه څه شی مورږ ته راښیي؟

فعالیت

د ریاضي په ازموینه کې 35 تنو ګډون کړی وو.
له ازموینې وروسته څرګنده شوه چې 7 تنو د 90 (عالي) نمرو څخه لوړې، 15 تنو د 60 او 90 ترمنځ (ډېر ښه) نمرې 8 تنو د 50 او 60 ترمنځ (ښه) او 5 تنو د 50 نه کښته (ناکام) نمرې اخیستي دي.

- د کثرت جدول یې جوړ کړئ او د زده کوونکو د درجو نسبي کثرت د عالي، ډېر ښه، ښه او ناکام لپاره محاسبه کړئ.
- په ټولګي کې د پاتې شوي یا ناکامو زده کوونکو شمېر په سلو کې څو دی؟
- که په ټولګی کې یو تن په پټې وټاکل شي، د دې احتمال، چې ټاکل شوی زده کوونکی په لاندې ډله کې وي، پیدا کړئ:
  - عالي وي.
  - ښه وي.
  - پاتې یا ناکام وي.
- د نوموړې هر ټاکلې حالت د احتمال پایلې د هغه حالت له نسبي کثرت سره پرتله کړئ.

له نوموړي فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي:

- احتمال، د پېښې له پېښیدو نه د مخه وړاندوینه ده.مګر نسبتي کثرت د یوه ازمېښت له پایلې نه وروسته د لاسته راوړل شوو ارقامو په اساس حسابېږي.
- د یوې ناڅاپي پېښې لپاره د تجربي احتمال د پېښې د نسبي کثرت سره مساوي دی.
- څرنګه چې د ټولو حالتونو د نسبي کثرت مجموعه له 1 سره مساوي ده. له دې امله د احتمال د ټولو حالتونو مجموعه هم له یوه (1) سره مساوي ده.

مثال: تیر کال د لیندۍ په میاشت 10 ورځې وریځ او اورښت و.

a) اورښت او د وریځو ورځو نسبي کثرت دلیندۍ په میاشت کې پیدا کړئ.

b) ستاسې وړاندوینه به د راتلونکی لیندۍ د میاشتې په هکله څرنگه وي؟

c) ایا دا وړاندوینه قطعي ده چې هر کال به د لیندۍ په میاشت کې داسې وي؟

حل:

a) څرنگه چې د لیندۍ د میاشتې له 30 ورځو څخه 10 ورځې وریځ او او یا اورښت دی. نو له دې کبله د اورښت او یا وریځو ورځو نسبي کثرت د $\frac{10}{30} = \frac{1}{3} \approx 0.3 = 30\%$ سره برابر دي.

b) د راتلونکې لیندۍ د میاشتې لپاره واړندوینه به د تیرکال د نسبي کثرت له مخې هم 30% وي.

c) د اوړاندوینه قطعي نه ده دا امکان شته چې د راتلونکې لیندۍ په میاشت کې د وریځ او اورښت ورځې له 10 څخه ډېرې او یا لږې وي.

تمرین

1- د E_1: یوه ناڅاپي پېښه (د یوه ماشوم زیږېدل): په دې پېښه کې د نسبي قیمت کثرت یعنې $h(E_1) = 0,51$ او احتمال یعنې $P(E_1) = 0,51$ دی. څرنگه کولای شئ چې د نسبي کثرت او احتمال ترمنځ توپیر څرگند کړئ؟

2- هرکال د زده کوونکو د اوړي رخصتۍ د زمري د میاشتې لومړۍ 10 ورځې وي. تیرکال د زیاتې گرمۍ له امله په رخصتیو 10 ورځې نورې هم زیاتې شوې،غواړو:

د تیرکال د زمري میاشت د رخصتیو، د گرمۍ نسبي کثرت او د هغې پرتله کول د راتلونکی کال د اوړی له رخصتیو سره پیدا کړو.

په نمونه یي فضا کې برابر او نا برابر چانس

له هرې کڅوړې څخه یو پنډوس اخلو.
له کومې کڅوړې څخه پنډوس واخلو تر څو دشنه پنډوس د راوتلو چانس ډېر وي؟

فعالیت

دوه تنه زده کوونکي غواړي چې د رمل په یوه لوبه کې له 1 څخه تر 6 پورې شمېرې وټاکي؟

- ایا له 1 څخه تر 6 شمېرو پورې د راوتلو چانس برابر دی؟
- که چېرې د رمل د دانې په دوو خواو کې د 6 شمېره وي؟ په دې صورت کې د ټاکلو چانس په لاندې کوم حالت کې په خپله ګټه ګڼئ؟

– که ټاکلې شمېره 6 وي.
– که د مخامخ لورې لوبغاړې ټاکلې شمېره (1) وي.
– ایا د (1) او (6) شمېرو احتمال سره برابر دي؟

له نومورې فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو.

تر اوسه له داسې پېښو سره مخامخ وو چې د غړو احتمال یې په یوه نمونه فضا کې یو شان او د هغې په اساس احتمال تعریف شوی دی.
عموما احتمال د P په توري ښودل کیږي او P(A) د A د ناخاپې پېښې احتمال دي.
هرکله چې یوه نمونه فضا n غړي ولري، په دې صورت کې د هرې لومړنی E پېښې احتمال مساوي په $P(E)=\frac{1}{n}$ سره دی.

لومړی مثال: د یوې داسې پېسې یا سکې اچول په پام کې نیسو چې دواړه مخونه یې شېر وي. غوښتنه داده چې ددې سکې احتمال په لاندې حالتونو کې پیدا کړئ.

a) پیسه شیر راشي.
b) پیسه خط راشي.

c) ايا په نوموړي مثال کې د شېر او خط د اتفاقي پېښو احتمال د يو بل سره برابر دي؟

حل: پوهيږو چې د سکې دواړه مخونه شېر دي. نو نمونه فضا عبارت له $S = \{شير\}$ ده:

$$(a):\ P(شير) = \frac{1}{1} = 1$$

$$(b):\ P(خط) = \frac{0}{1} = 0$$

$$(c):\ 0 \neq 1$$

دواړه خواوې يعني شېر او خط برابر چانس نه لري.نو څکه چې:

دويم مثال:د يوه نورمال رمل اچول په پام کې نيسو. پوهيږو چې د نمونې فضا $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ده نو له دې کبله:

$$P(E) = P(\{6\}) = P(\{5\}) = P(\{4\}) = P(\{3\}) = P(\{2\}) = P(\{1\}) = \frac{1}{6} \approx 0.17 = 17\%$$

تمرين

1- د يوې کڅوړې څخه چې په هغې کې 3 سره توپونه، (4) داني اسماني او يو دانه زېړ توپ پروت دی په اتفاقي ډول يوه دانه توپ ترې اخلو د لاندې پېښو احتمال پيدا کړئ:

a) راوتلي توپ سور وي.

b) راوتلي توپ زېړ وي.

c) راوتلي توپ تور وي.

d) که چېرې سره توپونه د ژېړو توپونو دوه برابره وي، ايا د سور او ژېړو توپونو د راوتلو احتمال يو له بل سره برابر دي؟

2- د يوه ټولګي د زده کوونکو د نومونو لومړی توري راټول شوي او په يوه جدول کې لکه مخامخ شکل ليکل شوي دي.

مطلق کثرت	د زده کوونکو د نومونو لومړي توري
9	م
8	ع
5	ف
3	ک
25	د زده کوونکو ټوله شمېره

a) د م، ع، ف او ک د تورو په اساس د زده کوونکو د ګروپ نسبتي کثرت پيدا کړئ.

b) که چېرې له زده کوونکو څخه يو تن د استازي په توګه د پيچې له مخې وټاکل شي، نو د لاندې پېښو احتمال پيدا کړئ.

- د ټاکل شوي استازي نوم د (م) په توري پيل شوي دی.
- د ټاکل شوي استازي نوم د (ک) په توري پيل شوي دي.

د يوې نمونه يي فضا ناڅاپي پېښه

اسمان وريځ دی!
څه به پېښ شي؟

فعاليت

د ښار له ګڼې ګوڼې څخه په ډکې برخې کې د احمد د جيب بټوه د سهار د 10 او 12 بجو ترمنځ غلا شوې ده. پوليسو ته د خبرتيا نه وروسته لومړنيو کتنو څرګنده کړه چې په همدغه وخت او ځای کې درې تنه ګنګپان د y ، x او z په نامه، چې د پوليسو سره جنايي سابقه هم لري ليدل شوي دي. ددې لپاره چې د غلو د پېژندګلوی په هکله له، پوليسو سره مرسته وشي، لاندې فعالت سرته ورسوئ: شايي چې دا بټوه يوه او يا څو شکمنو غلو په ګډه غلا کړې وي. د پېښې په څېړنه کې کوم ترکيب بايد په پام کې ونيول شي؟

– که چېرې د مشکوکو تورنو ست په $S = \{x, y, z\}$ وښودل شي نو د شکمنو سرو کوم فرعي ست او يا لست کولای شو جوړ کړو .

– يا ددې احتمال موجود دی چې شکمن نيول شوي سړي بې ګناه وي؟ په دې صورت کې په لاس راغلی ست، د رياضي په ژبه په څه ډول ست وښيو؟

له نوموړي فعاليت څخه لاندې پايلې په لاس راځي.

- په نوموړي فعاليت کې موولېدل د يوې پېښې په درشل کې دا امکان شته چې هر ممکن حالت پېښ شي، نو ځکه د اتفاقي يا ناڅاپي پېښې په نامه ياديږي.
- د S د نمونې فضا هر فرعي ست، يوه اتفاقي پېښه ده چې په E ښودل کيږي.
- هرکله که د يوې نمونې فضا د غړو شمېر له n سره مساوي وي، د هغې د اتفاقي پېښو ټول شمېر مساوي د 2^n سره دي.

لومړی مثال: د نوموړي فعالیت لپاره د اتفاقي یا ناڅاپي پېښو د نمونې فضا $S=\{x,y,z\}$ فهرست پیدا کړئ.

حل: د نوموړي نمونه یي فضا د اتفاقي پېښو یا په بل عبارت د S د نمونې فضا د فرعي سټونو، فهرست عبارت دی له:

$E_1=\{x\}$	په پېښه کې یوازې x غل دي.
$E_2=\{y\}$	په پېښه کې یوازې y غل دی.
$E_3=\{z\}$	په پېښه کې یوازې z غل دی.
$E_4=\{x,y\}$	په پېښه کې دواړه x او y غله دي.
$E_5=\{x,z\}$	په پېښه کې دواړه x اوz غله دي.
$E_6=\{y,z\}$	په پېښه کې دواړه y او z غله دي.
$E_7=\{x,y,z\}$	په پېښه کې درې واړه x، y او z غله دي.
$E_8=\{\quad\}=\emptyset$	په پېښه کې y,x او z یو هم غل نه دی.

له نوموړي مثال څخه پایله یعنې د ناڅاپي یا اتفاقي پېښو ټول شمېر چې $2^3=8$ دی په لاس راځي. دغه ناڅاپي ازمېښت یوه 3 عنصره نمونه فضا ده.

تمرین

1- د یوې پیسې یا سکې په اچولو د ناڅاپي پېښو فهرست جوړ کړئ.

2- د A,B,C او D څلورو ګوندونه چې په پارلماني ټاکنو کې یې ونډه اخستې ده، غواړي چې د بریالیتوب لپاره یو ممکن اتحاد جوړکړي:

- د ګوندونو د یووالي ټول ممکنه حالتونه یا په ځانګړې توګه برخه اخیستنه فهرست کړئ؟
- د هرګوند ځانته ونډه او یا ناشونې یعنې $(\emptyset)$سیټ یې ستاسې له نظره د اتحاد په اړوند پېښې څرنګه د توضیح وړ دي؟

3- په یوه مثال کې $S=\{A,B,C,D\}$ د نمونې فضا لپاره د یوې ناممکنې یاناشونې $(\emptyset)$ ناڅاپي پېښې او د ډاډمنې پېښې S توضیح کړئ؟

د احتمال قاعدې

• ایا د کرکټ په ډګر کې چې هر څه د لوبغاړي زړه غواړي، له توپ سره یې کولای شي؟
• ایا قاعدې موجودې دي او که نه؟

فعالیت

د کرکټ د لوبې په شان د احتمال د علم د تیوري پرمخ ورلو لپاره د پوهانو له خوا د تجربي مسایلو له مخې قاعدې وضع شوې دي هڅه وکړئ چې هغه پیدا کړئ.

• ایا ویلای شئ چې د یوې ناخاپي پېښې مساوي په هر مثبت عدد سره دی؟
• ولې د یوه عدد احتمال له یو څخه کوچنی دی؟ څرګنده یې کړئ.
• ایا کیدای شي د یوې ناخاپي پېښې احتمال مساوي په یو منفي عدد وي؟
• ایا د یوې نمونې فضا ددوه لومړنیو پېښو احتمال د لومړنیو پېښو د احتمالونو له مجموعي سره مساوي دي او که نه؟
• ایا د ناشونو یا ناممکنو پېښو احتمال د ریاضي په ژبه لیکلای شئ.

له پورتنیو معلوماتو څخه لاندې پایله په لاس راوړو.

1- د E د اتفاقي پېښې احتمال تل د 0 او 1 ترمنځ دی. یعني: $0 \le P(E) \le 1$

2- که چیرې S د یوه ازمېښت نمونه یې فضا وي، $P(S) = 1$
د S ناخاپي پېښه د ډاډمنې پېښې په نامه هم یادیږي.

3- دناشونې یا ناممکنې پېښې لپاره لرو: $P(\emptyset) = 0$ یوه ناشونې اتفاقي حادثه یا ناخاپي پېښه ده

مثال: د دوه سکو د اچولو د نمونې فضا یعني $S = \{TT, TH, HT, HH\}$ په پام کې نیسو.
(خط $= T$، شیر $= H$) د لاندې پېښو احتمال مطلوب دی:

a) دواړه سکې شیر وي.

b) لړتر لړه يوه سکه شېر وي.
c) دواړه سکې يو شان وي.
d) دواړه سکې يو شان نه وي.
e) د سکو يوه، هم خط نه وي.

حل : لرو چې:

a) د دواړو سکو لپاره چې شېر وي. ناخاپي پېښه يې عبارت ده، له: $E_1 = \{HH\}$ له دې کبله:

$$P(E_1) = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$

b) لږ ترلږه يو سکه شېر وي $E_2 = \{TH, HT\}$، له دې کبله:

$$P(E_2) = \frac{2}{4} = 0.5 = 50\%$$

c) د دواړو يو شان سکو لپاره ناخاپي پېښه عبارت ده، له: $E_3 = \{TT, HH\}$ نو ليکلى شو:

$$P(E_3) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$$

d) د دواړه سکو لپاره يو شان نه وي عبارت ده، له: $E_4 = \{TH, HT\}$ له دې کبله:

$$P(E_4) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$$

e) چې د سکو د هيڅ کومې لپاره خط نه وي، عبارت دی له: $E_5 = \{HH\}$ له دې کبله:

$$P(E_5) = \frac{1}{2} = 0.25 = 25\%$$

تمرين

د لاندې پوښتنو سم ځوابونه په تشتو ځايونو کې د ✓ په علامه په نښه کړئ.

1- هر کله که S د يو ناخاپي ازمېښت نمونه يې فضا او E يوه ناخاپي پېښه وي په دې صورت کې د E احتمال مساوي دی په:

☐ a) $P(E) = \frac{E}{S}$ ☐ b) $P(E) = \frac{\text{د } E \text{ عناصرو شمېر}}{\text{د } S \text{ عناصرو شمېر}}$

2- که A يوه ناخاپي پېښه وي، بيا:

☐ a) $P(A) \geq 1$ ☐ b) $0 \leq P(A) \leq 1$

3- که چېرې S يوه نمونه يي فضا وي لاندې کوم جز سم دی؟

☐ a) $P(S) = 0$ ☐ b) $P(S) = 1$

4- د يوې ناشونې يا ناممکنه پېښې احتمال برابر دی په:

☐ a) $P(\varnothing) = 0$ ☐ b) $P(\varnothing) = 1$

ونه ییز (شجريي) دیاګرام

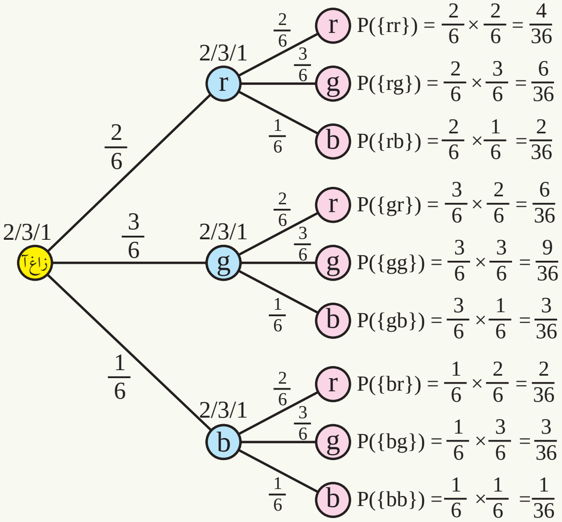
خرنګه کولای شو چې د A ټکي ته ورسیږو.

فعالیت

- د پلار له نیکه څخه را په دې خوا د خپلې کورنۍ د نسب د شجرې ګراف تر خپل ځانه پورې رسم کړئ.
- له یوه سیند څخه یو کانال بیلیږي، کانال د O له ټکي څخه تیر او په درې ویالو کې، چې سره د 30 درجو زاویه جوړه وي بېليږي، درې واړه ويالې بیا د A، B، C له ټکو نه تیریږي.
له پاس درې ټکو نه په ترتیب سره له هر ټکي څخه، درې سیموته لکه (3,2,1)، (6,5,4)، (9,8,7) ته رسیږي. د نوموړي پلان ګراف رسم کړئ.
- هر کله که یوه سکه درې ځله واچوو، پوهیږو چې د هر ممکن حالت شیر یا خط په لومړۍ ځل اچولو سره برابر دي او په دویم ځل اچولو د 2 ممکنو حالتونو په شمېر چې موجود دي هر یوه ته دوه حالته شیر یا خط پیښېدلای شي، له هغې وروسته په دریم ځل اچولو هره شونې یا ممکنه پایله لکه تیر حالتونه، د شیر او خط دوه حالتونه شته په لاس راځي. موضوع د یوه ګراف په مرسته رسم کړئ؟
- د لومړنیو پېښو د احتمالاتو قیمت د هغه څانګو د احتمالونو د ضرب له حاصل سره پرتله کړئ چې په دغه مسیر یا لارې کې پراته دي.

- کولای شو هر ناڅاپي ازمېښت د یوه دیاګرام په مرسته، چې ازمېښت له پیل څخه پیل کیږي، د څانګو د ممکنه پایلو په شمېر رسم کړو. د دویم ځل د سرته رسولو لپاره تجربه یا ازمېښت یو ځل بیا د لومړي پړاو په شان، څانګې په هره ممکنه پایله رسمیږي. نوموړي ګراف چې د ونې په شان ښاخ او څانګې کوي د ونه ییز دیاګرام په نامه یادیږي.
- د احتمالونو د جمع حاصل د څانګو د نشریدو په هر ټکي کې له (1) سره مساوي دي.
- د ټولو لومړنیو پېښو د احتمالاتو د جمع حاصل هم مساوي له (1) سره دي.

مثال: په یوه کڅوړه کې څلور توپونه پراته دي. دوه توپونه په سره رنګ (r) درې توپونه په شنه رنګ (g) او یوه توپ په تور رنګ (b) ددې کڅوړې له منځ نه دوه توپونه یو په بل پسې راخستل کیږي او وروسته له کتلو بیا په کڅوړې کې اچول کیږي. د ازمېښت د ټولو لومړنیو پېښو احتمالات وټاکئ. دا په پام کې ونیسئ چې په هر پړاو کې د وېشونکی ټکی پر مخ عددونه هر یو د رنګ په پام د توپونو د شمېر ښودونکي او له هرې خانګې پر مخ عددونه، د هرې ناخاپي پېښې احتمال په هر پړاو کې ښئ. د پېښو په اړوند په لاس راغلي احتمالونه په لاندې جدول کې لیکو:



w	rr	rg	rb	gr	gg	gb	br	bg	bb
P({w})	$\frac{4}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$

ددې لپاره چې د پېښو د احتمالونو په پرتله کولو کې یو څه اسانتیاولرو، نو ټول احتمالونه په جدول کې له لنډونې یا اختصار پرته په واحد مخرج لیکل شوی دی.

تمرین

1– که چېرې یوه پیسه یا سکه درې ځلې په پرله پسې ډول واچول شي د لاندې ممکننه پېښو پایلې او احتمال د ونه ییز په څېر دیاګرام په مرسته محاسبه کړئ.

د احتمال چې:

a) پیسه یو ځلې یې خط راشي.

b) پیسه دوه ځلې یې خط راشي.

c) پیسه لږ تر لږه یو ځلې خط راشي.

d) پیسه یو شیر وي.

e)پیسه په اکثر ډول یو ځل شېر راشي.

د ضرب د حاصل یا لارې لومړۍ قاعده

ددې بندو لارو څخه نانځکه په کومه لار وتلای شي؟

فعالیت

د پلار له نیکه څخه خپله شجره پیل او د خپل نیکه د اړوندې کورنۍ تر کوچني غړي پورې یې د شجرې ګراف رسم کړئ.

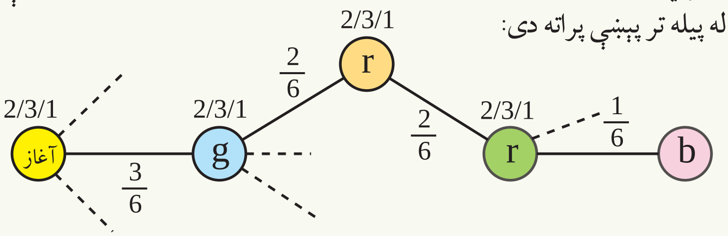
- په ګراف کې له نیکه سره د خپلو اړیکو لاره یا مسیر په سره رنګ څرګند کړئ.
- د خپل تره د زوی د اړیکو لاره یا مسیر له خپل نیکه سره څرګند کړئ.
- د پلار د تره د لمسي د اړیکو لاره یا مسیر د خپل پلار د نیکه سره پیدا کړئ.

له پاسنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

- هر مسیر یا لاره موږ یوې ځانګړې پایلې ته رسوي.
- د یو ازمېښت په پای ته رسولو کې د هر شجرې ګراف مسیر په یوې لومړنۍ ناخاپي پېښې پای ته رسیږي.
- هرې لومړنۍ ناخاپي پېښې ته رسېدل د بېلو مسیرونو او د ځانګو له بېلابېلو منتشره ټکو څخه تیریږي.
- د یوې لومړنۍ پېښې احتمال عبارت دی د مسیر له پیل نه ترپېښې پورې د احتمالونو د ضرب له حاصل څخه.

مثال: له یوې کڅوړې څخه چې په هغې کې 2 سرې مرۍ (r) ، او درې شنې مرۍ (g) او یوه تور رنګه مرۍ (b) پرته ده ،د یوې مرۍ راوېستلو لپاره د ونه یېز دیاګرام په داسې حال په پام کې ونیسئ چې مرۍ له راویستلو او کتلو وروسته بیا کڅوړې ته اچول کیږي او غوښتنه مو د (شنې، سرې، سرې تورې) د پېښې احتمال وي.

حل: په دې صورت کې دا ضرور نه ده چې د ونې دياګرام د شکل په څلور پړاوونوکې ټول په مکمله توګه رسم کړو. بلکې هغه لاره يا مسير په پام کې نيسو چې مورډ ناخاپې مطلوبه پېښې ته رسوي او د پېښې احتمال د نومورې مسير له پلوه د هغه احتمالونو د ضرب له حاصل څخه عبارت دی، چې په همدې مسير کې له پيله تر پېښې پراته دی:



له دې کبله د مسېر د لومړنی قاعدې په مرسته د نومورې پېښې د احتمال قيمت عبارت دی له:

$$P(\{w\}) = P(\{grrb\}) = \frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{12}{1296} = 0.0092 = 0.92\%$$

$$\Rightarrow P(\{w\}) = 0.0092 = 0.92\%$$

يعنې: له (شنې، سرې، تورې) مريو د وتلو احتمال 0.92% دی.

تمرين

1-د مسير د لومړی قاعدې په مرسته له کڅوړې څخه د مريو د ناخاپې راوتلو د احتمال، د لاندې ناخاپې پېښو لپاره پيدا کړئ.

- $w_1 = \{gbbr\}$
- $w_2 = \{rggb\}$
- $w_3 = \{brrg\}$

• **نسبي کثرت او احتمال**: د يوې تجربې نسبي کثرت عبارت دی د مطلق کثرت نسبت، نظر د هغو ټولو پيښو شمېر ته چې په يوه تجربه يا ازمېښت کې يې د پيښدو امکان موجود وي. مګر د احتمال شميرنه د يوې پېښې له پېښدونه د مخه حسابيږي. د A پېښې نسبتي کثرت په $h(A)$ ښودل کيږي. او $0 \le h(A) \le 1$ په داسې حال کې چې $h_n(\phi) = 0$ او $h_n(S) = 1$ دي.

• **برابر چانس**: هغه پېښې چې دېوې ناځاپه (تصادفي) تجربې په سرته رسولو کې هيڅ ډول برلاسې د يوې او بلې پېښې تر منځ موجود نه وي د برابر چانس د پېښو په نامه ياديږي.

مثلاً: د رمل د شمېرو راتګ هر يو، برابر چانس يعني مساوي په $\frac{1}{6}$ سره وي.

• **اتفاقي پېښه**: د يوې نمونه فضا هر فرعي ست د هماغې تجربې د يوې ناځاپې پېښې په توګه شمېرل کيږي. تش سټ يوه ناشونې يا ناممکنه ناځاپې پېښه او S يوه مطمينه ناځاپې پېښه ده.

• **د احتمال قاعدې**: هر کله که E يوه ناځاپې پېښه د S د يوې نمونې فضا وي

1) $0 \le P(E) \le 1$

2) $P(\{a_1 , a_2\}) = P(\{a_1\}) + P(\{a_2\}) \qquad a_1 , a_2 \in E$

3) $P(\phi) = 0 \qquad , \qquad P(S) = 1$

• **ونه ييز (شجري) دياګرامونه**: هره ناځاپه تجربه د پيل له ټکي څخه يې ناځاپي ممکنه پېښې په بيلو څانګو وېشل کيږي. د هغې د دويمې مرتبې سرته رسول، لکه د لومړې پړاو په څېر ممکنه پايله يې د پيل د ټکي په څېر يو حل بيا د ناځاپي پېښو د څانګو ګراف يې رسميږي. په همدې ترتيب دغه لاره ادامه مومي. د هري لومړنۍ پېښې په لاس راوړل شوې احتمال، عبارت دی له هغو څانګو څخه چې په يوه بند کې راټوليږي. په دې ډول دهر ښاخ يا څانګې د احتمالاتو د ضرب له حاصل څخه چې موږ د پيل له ټکي څخه د مطلوبه مسير پرمخ په ناځاپي پېښه پای ته رسوي.

- د څانګو د انتشا ربه هر ټکي کې د احتمالاتو د جمع حاصل له 1 سره مساوي دي.
- د هماغه مسيرونو ټولو لومړنيو پېښو د احتمالاتو د جمع حاصل له 1 يوه سره مساوي دی.

• **د احتمالاتو د مسير لومړۍ قاعده**:

پر ونه ييز ګراف باندې د هر ټاکلي مسير په پای کې، د هرې ناځاپه پېښې احتمال مساوي دی د مطلوبه مسير په لار د هرې څانګې د احتمالونو د ضرب له حاصل سره دی.

عمومي تمرينونه

1–که چېرې یوه سکه 200 ځلې واچول شي او د دغو جملې څخه 92 ځله د شیر شمېره راشي. په دې صورت کې تاسې د لاندې پېښو کثرت په لاس راوړئ.

- سکه شیر راشي
- سکه خط راشي
- د خط د راتلو او د شېر د راتلو د نسبي کثرت مجموعه څو ده؟ بې له محاسبې څخه ځواب ووایئ.

2- که چېرې په کال کې د اورښتې ورځو د مطلق کثرت ورځو په شمېر 62 ورځې وي. غوښتل کیږي:

- په کال کې د اورښتو یا باراني ورځو نسبي کثرت (که چېرې کال 365 ورځې په پام کې ونیول شي)
- نسبتي کثرت د باران ورځې وي.
- دا احتمال چې باران یوه ورځ وي.
- نسبي کثرت او دې یوې رښتنی ورځې لپاره احتمال، توضیح کړئ.

3- د رمل د یوې دانې د اچلولو لپاره نمونه فضا جوړه کړئ. هغه اتفاقي پېښې د برابر چانس لرونکې وي فهرست کړئ.

4- یوه سکه او یو رمل واچوئ غوښتنه داده چې د تجزیې نمونه فضا او ونه ییز دیاګرام یې پیدا کړئ. په داسې احتمال چې سکه شېر او د رمل دانه 6 راوتلې وي.

5- د یوې تیارې کوټې په الماری کې دوه (تور او سپین) کمیسونه پراته دي. ددې دواړو ترمنځ درې ځله کمیس ټاکو (دبیرته ایښودلو په صورت کې) لاندې احتمال پیدا کړئ که:

E_1) : دویم ګړي کمیس تور وي
E_2) : یوازې دویم کمیس تور وي
E_3) : لږترلږه یو کمیس تور وي
E_4) : له یو نه زیات کمیسونه تور وي.
E_5) : لومړنی او یا اخیرنی کمیس تور وي
E_6) : لومړنی او اخیرني کمیس تور وي.

6– په یوې الماری کې د ریاضي 5 کتابونه او د فزیك 6 کتابونه پراته دي. د تصادف په صورت کې د دوی له منځه 6 کتابونه ټاکو. داسې احتمال پیدا کړئ چې دواړه کتابونه ریاضي وي.